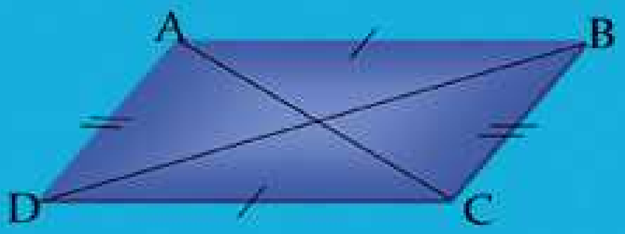
ແບບຮຽນ
ຄະນິດສາດ

ຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ ສຳລັບປະຊາຊົນ

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$



$$S = \pi r^2$$

ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ

ກົມການສຶກສານອກໂຮງຮຽນ

2012

ແບບຮຽນ

ຄະນິດສາດ

ຊັ້ນມັດທະຍົມຕອນຕົ້ນ ສຳລັບປະຊາຊົນ

ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະກິລາ

ກົມການສຶກສານອກໂຮງຮຽນ

ຄຳນຳ

ກົມການສຶກສານອກໂຮງຮຽນ ແລະ ສູນພັດທະນາການສຶກສານອກໂຮງຮຽນ ໄດ້ຮ່ວມກັນພັດທະນາ ຫຼັກສູດ, ແບບຮຽນ, ຄູ່ມື ແລະ ສື່ການຮຽນ - ການສອນອື່ນໆ ໂດຍສະເພາະແມ່ນ ສື່ສິ່ງພິມທີ່ໃຊ້ປະກອບ ການຮຽນ - ການສອນ ສຳລັບການສຶກສານອກໂຮງຮຽນ ເພື່ອສົ່ງເສີມການຮຽນ - ການສອນ ໃຫ້ເປັນໄປ ຕາມຫຼັກສູດ ແລະ ບັນລຸເປົ້າໝາຍໄດ້ຕາມຈຸດປະສົງຂອງຫຼັກສູດການສຶກສານອກໂຮງຮຽນ.

ປຶ້ມແບບຮຽນວິຊາຄະນິດສາດ ຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ ຫົວນີ້ ໄດ້ຮັບການລວບລວມ ແລະ ຮຽບ ຮຽງຂຶ້ນ ຕາມຫຼັກສູດຄະນິດສາດຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ ຂອງຫຼັກສູດໃນໂຮງຮຽນ ສະບັບ ປີ1997, ແລະ ປີ 2012. ເນື້ອໃນບົດຮຽນທີ່ໄດ້ບັນຈຸໃສ່ປຶ້ມຫົວນີ້ປະກອບດ້ວຍ 7 ພາກ ເຊິ່ງຈັດຫົວເລື່ອງ ຕາມລຳດັບ ດັ່ງນີ້: ຈຳນວນ ແລະ ການຄຳນວນ, ສຳນວນ ແລະ ການແກ້ໂຈດບັນຫາ, ການວັດແທກ, ເລຂາຄະນິດ, ຕຳລາໄຕມູມມິຕິ, ສະຖິຕິ ແລະ ບັນຊີພື້ນຖານໃນການສ້າງເສດຖະກິດຄອບຄົວ.

ການຮຽບຮຽງປຶ້ມຫົວນີ້, ບໍ່ປາສະຈາກໄດ້ ຂໍ້ຂາດຕົກບົກຜ່ອງທັງຫຼາຍ ດັ່ງນັ້ນ, ກົມການສຶກສານອກ ໂຮງຮຽນກໍຄືສູນພັດທະນາການສຶກສານອກໂຮງຮຽນ ແລະ ຄະນະຮຽບຮຽງຈຶ່ງຂໍຄວາມຮ່ວມມືນຳທຸກທ່ານ ທີ່ໄດ້ຊົມໃຊ້ ຫຼື ໄດ້ອ່ານປຶ້ມຫົວນີ້, ຖ້າເຫັນເນື້ອໃນບໍ່ເໝາະສົມ, ບໍ່ຈະແຈ້ງ ຫຼື ຜິດພາດປະການໃດ ຈົ່ງກະລຸນາສົ່ງ ຄຳຕິ ຊົມໄປຍັງພວກເຮົາດ້ວຍ, ພວກເຮົາມີຄວາມຍິນດີຮັບເອົາ ແລະ ຖືວ່າທຸກຄຳຄິດເຫັນ ຂອງພວກທ່ານ ລ້ວນເປັນ ປະໂຫຍດອັນລ້ຳຄ່າສຳລັບການດັດແກ້ປຶ້ມຫົວນີ້ໃຫ້ດີໃນອານາຄົດ.

ກົມການສຶກສານອກໂຮງຮຽນ ກໍຄືສູນພັດທະນາການສຶກສານອກໂຮງຮຽນ ຂໍສະແດງຄວາມຮູ້ບຸນ ຄຸນອັນເລິກເຊິ່ງມາຍັງຜູ້ທີ່ມີສ່ວນຮ່ວມໃນການຮຽບຮຽງ, ໃນການຕິຊົມ ແລະ ຂໍຂອບໃຈຜູ້ທີ່ເອົາປຶ້ມຫົວນີ້ ໄປໃຊ້ໃຫ້ເກີດປະໂຫຍດສູງສຸດໃນການພັດທະນາຄຸນນະພາບການສຶກສາ ແລະ ພັດທະນາຄຸນນະພາບຊີວິດ ການເປັນຢູ່ຂອງປະຊາຊົນລາວທັງປະເທດ.

ກົມການສຶກສານອກໂຮງຮຽນ

2012

ສາລະບານ

ເນື້ອໃນ **ໜ້າ**

ພາກທີ V ຕຳລາໄຕມູມມິຕິ

ພາກທີ VI ສະຖິຕິ

ພາກທີ VII ການບັນຊີພື້ນຖານໃນການສ້າງເສດຖະກິດຄອບຄົວ

ພາກທີ I: ຈຳນວນ ແລະ ການຄຳນວນ

ບົດທີ 1

ຈຳນວນທຳມະຊາດ ແລະ ຈຳນວນຖ້ວນ

1. ຈຳນວນທຳມະຊາດ

ນິຍາມ: ຈຳນວນທຳມະຊາດແມ່ນຈຳນວນຖ້ວນບວກ.

ຈຳນວນທຳມະຊາດ ເພິ່ນໃຊ້ນັບ ຫຼື ບັນທຶກສິ່ງຂອງຕ່າງໆ ເຊັ່ນ: ຈຳນວນນັກຮຽນ,ຈຳນວນ ສັດລ້ຽງ, ຈຳນວນຕົ້ນໄມ້, ຈຳນວນຄົນໃນຄອບຄົວ ແລະ ອື່ນໆ.

ຕົວຢ່າງ: ນັກຮຽນ ຫ້ອງ ມ1 ມີຈຳນວນ 10 ຄົນ, ຍິງ 5 ຄົນ, ໄກ່ທ້າວຄຳ ມີ 35 ໂຕ....

ຈຳນວນທຳມະຊາດທຳມະຊາດທັງໝົດໂຮມເຂົ້າກັນເປັນກຸ່ມໜຶ່ງ ຊື່ວ່າ ກຸ່ມຈຳນວນທຳມະຊາດ

ສັນຍາລັກ: ກຸ່ມຈຳນວນທຳມະຊາດ ເພິ່ນກຳນົດດ້ວຍ $\mathbb{N}$

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3,4, \dots\}$

- 1 ເປັນອົງປະກອບຂອງ $\mathbb{N}$ ສັນຍາລັກດ້ວຍ: $1 \epsilon\ \mathbb{N}$
- 5 ເປັນອົງປະກອບຂອງ $\mathbb{N}$ ສັນຍາລັກດ້ວຍ: $5 \epsilon\ \mathbb{N}$
- 150 ເປັນອົງປະກອບຂອງ $\mathbb{N}$ ສັນຍາລັກດ້ວຍ: $105 \epsilon\ \mathbb{N}$
- \- 3 ບໍ່ເປັນອົງປະກອບຂອງ $\mathbb{N}$ ສັນຍາລັກດ້ວຍ - 3 $\notin \mathbb{N}$
- \- 10 ບໍ່ເປັນອົງປະກອບຂອງ $\mathbb{N}$ ສັນຍາລັກດ້ວຍ - 10 $\notin \mathbb{N}$
- $\frac{5}{1} = 5$ດັ່ງນັ້ນ 5 ກໍເປັນອົງປະກອບຂອງ $\mathbb{N}$, ສັນຍາລັກດ້ວຍ $5 \epsilon\ \mathbb{N}$
- $\frac{1}{3}$ ບໍ່ເປັນອົງປະກອບຂອງ $\mathbb{N}$ ສັນຍາລັກດ້ວຍ $\frac{1}{3} \notin \mathbb{N}$
- 2,5 ບໍ່ເປັນອົງປະກອບຂອງ $\mathbb{N}$ ສັນຍາລັກດ້ວຍ 2,5 $\notin \mathbb{N}$

2. ຈຳນວນຖ້ວນ

ນິຍາມ: ຈຳນວນທຳມະຊາດແມ່ນຈຳນວນທີ່ມີເຄື່ອງໝາຍ + , ເຄື່ອງໝາຍລົບ (-) ຢູ່ຕໍ່ໜ້າ ໃນນັ້ນ:

- ຈຳນວນທຳມະຊາດທີ່ມີເຄື່ອງໝາຍ '+'ຢູ່ຕໍ່ໜ້າ ຫຼື ບໍ່ມີເຄື່ອງໝາຍເອີ້ນວ່າ: ຈຳນວນ ຖ້ວນບວກ , ດັ່ງນັ້ນ ຈຳນວນຖ້ວນຖ້ວນບວກແມ່ນ 1,2,3,4.......

  ກຸ່ມຈຳນວນຖ້ວນບວກ ສັນຍາລັກດ້ວຍ $\mathbb{Z}_+$.

  $\mathbb{Z}_+$=$\{0; 1; 2; 3; 4; 5 \dots \dots \dots..\}$
- ຈຳນວນທຳມະຊາດທີ່ມີເຄື່ອງໝາຍ "$-$ " ຢູ່ຕໍ່ໜ້າ ເອີ້ນວ່າ ຈຳນວນຖ້ວນລົບ, ດັ່ງນັ້ນ ຈຳນວນຖ້ວນລົບແມ່ນ: -1, -2 , -3 , -4......

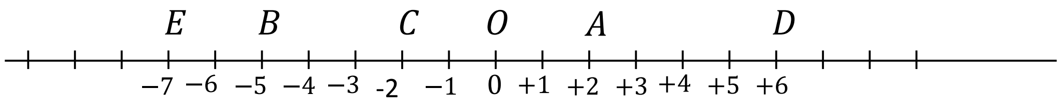
  ກຸ່ມຈຳນວນຖ້ວນລົບ ສັນຍາລັກ ດ້ວຍ $\mathbb{Z}_-$.

  $\mathbb{Z}_-$=$\{ \dots \dots \dots\ ; -4; -3; -2; -1; 0\}$

- ຈຳນວນ 0 ແມ່ນຈຳນວນຖ້ວນ ແຕ່ບໍ່ແມ່ນຈຳນວນຖ້ວນ ບວກ ແລະ ບໍ່ເປັນຈຳນວນຖ້ວນລົບ
- ຈຳນວນຖ້ວນທັງໝົດລວມກັນເປັນກຸ່ມໜຶ່ງ ຊື່ວ່າ ກຸ່ມຈຳນວນຖ້ວນ ແລະ ສັນຍາລັກດ້ວຍ $\mathbb{Z}$ ຂຽນກຸ່ມແບບຫຍໍ້ $\mathbb{Z}=\{\dots.;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4;\dots\}$

  ທຸກໆ ຈຳນວນທຳມະຊາດ ແມ່ນຈຳນວນຖ້ວນ, ດັ່ງນັ້ນ ກຸ່ມຈຳນວນທຳມະຊາດ ແມ່ນອະນຸກຸ່ມຂອງກຸ່ມຈຳນວນຖ້ວນ ແລະ ສັນຍາລັກດ້ວຍ $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
- ແກນຈຳນວນຖ້ວນ:

  ເສັ້ນຊື່ທີ່ແຕ່ລະເມັດມີອັບຊິດເປັນຈຳນວນຖ້ວນ ເອີ້ນວ່າ ແກນຈຳນວນຖ້ວນເຊັ່ນ:



ເມັດ O ມີອັບຊິດ 0 ຂຽນ $0_{(0)}$

ເມັດ A ມີອັບຊິດ +2 ຂຽນ $A_{(+2)}$

ເມັດ C ມີອັບຊິດ −2 ຂຽນ $C_{(-2)}$

+2 ແລະ −2 ແມ່ນ ສອງຈຳນວນກົງກັນຂ້າມກັນ.

3. ບົດເຝິກຫັດ

1) ຈົ່ງຂຽນຈຳນວນຕໍ່ໄປນີ້ ເປັນຕົວເລກ.

   ກ. ສາມລ້ານ ສີ່ແສນຊາວພັນໜຶ່ງຮ້ອຍຊາວເອັດ.

   ຂ. ສອງຮ້ອຍລ້ານ ແປດສິບພັນຫ້າຮ້ອຍສາມ.

2) ຈົ່ງຂຽນຈຳນວນຕໍ່ໄປນີ້ເປັນຕົວໜັງສື.

   ກ. 10 576 390

   ຂ. 3 190 875 420

3) ຈົ່ງຕື່ມເຄື່ອງໝາຍ $\in, \notin$ ໃສ່ບ່ອນຈ້ຳເມັດໃຫ້ຖືກຕ້ອງ

+3 .... $\mathbb{Z}_+$	+8......... $\mathbb{Z}_+$	108.......... $\mathbb{Z}_+$	- 5.......... $\mathbb{Z}_+$
- 150......$\mathbb{Z}_-$	$\frac{2}{3}$........... $\mathbb{Z}_+$	+130 ....$\mathbb{Z}$	- 56.........$\mathbb{Z}$

ບົດທີ 2
ຈຳນວນທົດສະນິຍົມ ແລະ ຈຳນວນປົກກະຕິ

1. ຈຳນວນທົດສະນິຍົມ (ຈຳນວນເສດ)

ນິຍາມ: ຈຳນວນທົດສະນິຍົມ ແມ່ນຈຳນວນເສດສິ້ນສຸດ.

ຕົວຢ່າງ: 0,5; 1,35; 20,8; 4,35; 130,6; .....

2. ຈຳນວນປົກກະຕິ

ນິຍາມ: ຈຳນວນປົກກະຕິແມ່ນຈຳນວນທີ່ຂຽນໃນຮູບຮ່າງ $\frac{a}{b}$ ເຊິ່ງ a, b ແມ່ນຈຳນວນຖ້ວນ ແລະ b ຕ່າງສູນ ($b \neq 0$)

ຕົວຢ່າງ: 1) $\frac{2}{5}; \frac{8}{13}; \frac{17}{4}; \frac{12}{12}; \frac{6}{1}; \ldots$

2) ທ້າວ ແກ້ວ ຊື້ໝາກປີ 9 ໜ່ວຍ ເປັນເງິນ 2850 ກີບ, ຖາມວ່າ ໝາກປີ ໜ່ວຍໜຶ່ງລາຄາເທົ່າໃດ?

ໝາກປີ ໜ່ວຍໜຶ່ງລາຄາ : $\frac{2850}{9}$

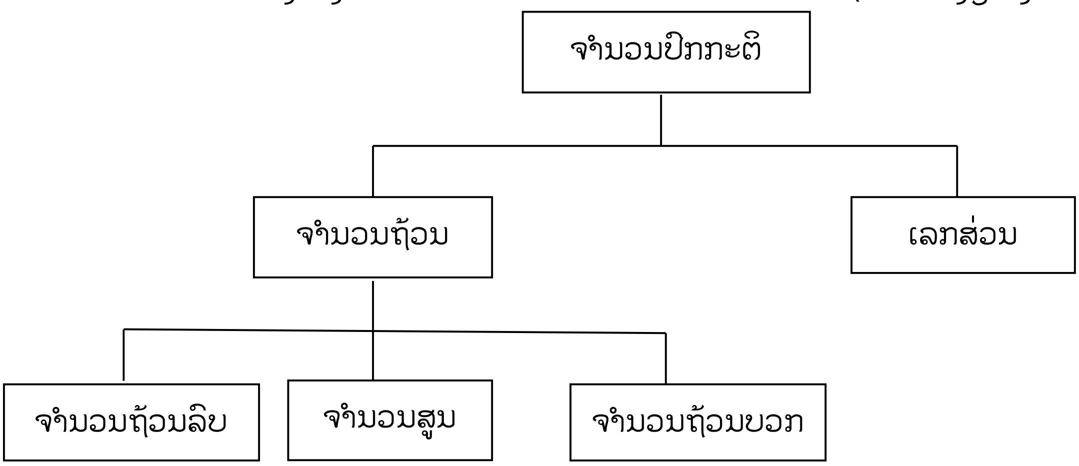
ການປ່ຽນເລກສ່ວນເປັນຈຳນວນເສດ: ທຸກໆຈຳນວນທີ່ຂຽນຮູບຮ່າງເລກສ່ວນ $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$ ສາມາດຂຽນເປັນຈຳນວນເສດໄດ້ ໂດຍໃຊ້ການຫານ a ໃຫ້ b

ຕົວຢ່າງ: $\frac{9}{4} = 2{,}250$

$\frac{13}{5} = 2{,}6$

ສັງລວມແລ້ວ ເຮົາສາມາດຂຽນ ເລກສ່ວນເປັນຈຳນວນເສດຮອບວຽນໄດ້ ແລະ ຂຽນຈຳນວນເສດຮອບວຽນເປັນເລກສ່ວນໄດ້

ຈາກຜົນໄດ້ຮັບຂ້າງເທິງ ເຮົາເຫັນວ່າ ຈຳນວນປົກກະຕິແມ່ນຈຳນວນຊະນິດຕ່າງໆ ດັ່ງແຜນວາດລຸ່ມ**ນີ້**



3. ບົດເຝິກຫັດ

1) ຈົ່ງຂຽນເລກສ່ວນລຸ່ມນີ້ ເປັນຈຳນວນທົດສະນິຍົມ

ກ. $\frac{2}{3}$ ງ. $\frac{15}{37}$

ຂ. $-\frac{15}{8}$ ຈ. $-\frac{75}{6}$

ຄ. $\frac{35}{24}$ ສ. $\frac{75}{6}$

2) ແມ່ຊື້ໝາກນາວ 3 ໜ່ວຍ 1000 ກີບ, ປ້າຊື້ ໄດ້ 100 ໜ່ວຍ ຕໍ່ 33000 ກີບ ຖາມວ່າແມ່ນໃຜຊື້ໝາກນາວໄດ້ຖືກກວ່າກັນ?

3) ທ ແກ້ວ, ກ້ອຍ ແລະ ກຸ້ງ ອອກເງິນຊື້ ເຄື່ອງຮ່ວມກັນ ລວມເປັນເງິນ 32500 ກີບຖາມວ່າ:

ກ) ແຕ່ລະຄົນຈ່າຍຄົນລະເທົ່າໃດ?

ຂ) ແຕ່ລະຄົນສາມາດຈ່າຍເງິນໄດ້ຄືຂໍ້ ກ ຫຼື ບໍ່ ຍ້ອນຫຍັງ?

ຄ) ແຕ່ລະຄົນຕ້ອງຈ່າຍປະມານເທົ່າໃດ?

ບົດທີ 3
ກຸ່ມຈຳນວນຈິງ

1. ຈຳນວນ ອະປົກກະຕິ

ນິຍາມ: ຈຳນວນເສດບໍ່ສິ້ນສຸດ ແລະ ບໍ່ຮອບວຽນ

ຕົວຢ່າງ: 1,23456789111...

3,4323223222...

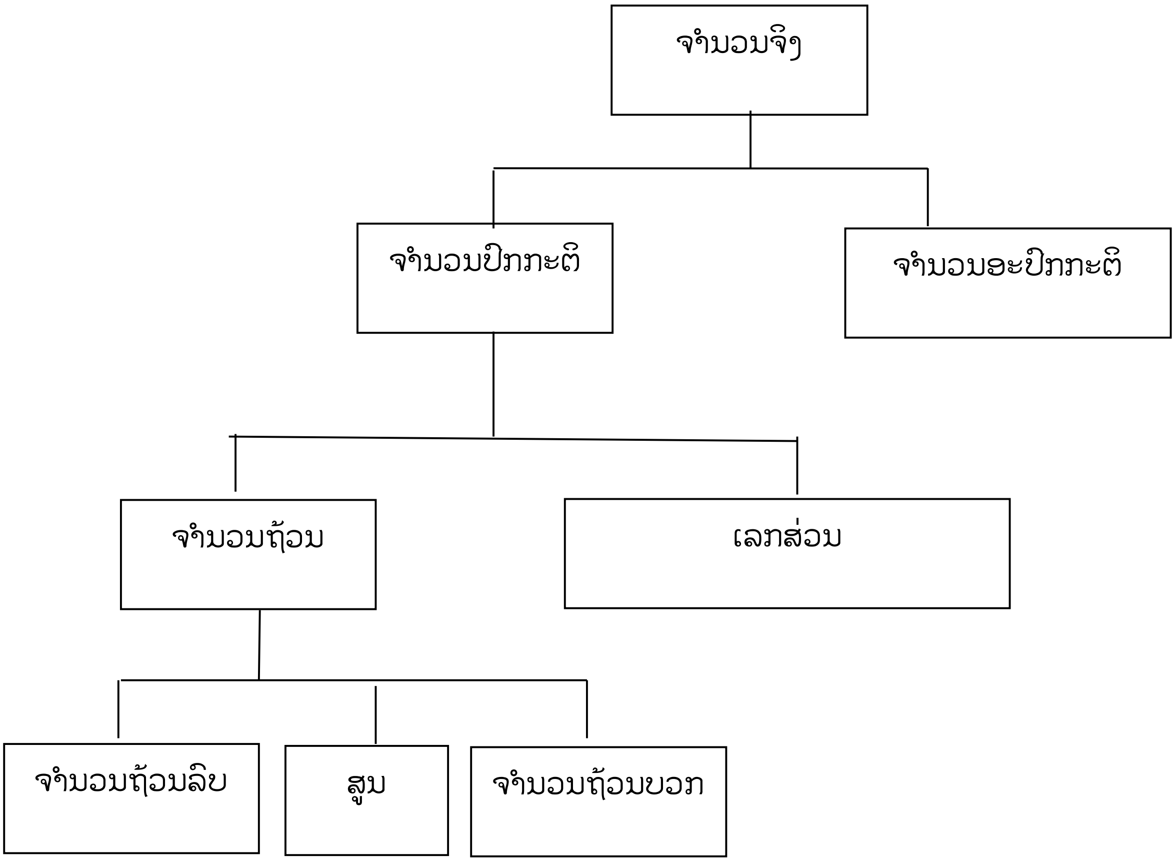
π = 3,141592653...

2. ຈຳນວນຈິງ

ນິຍາມ: ຈຳນວນທີ່ເປັນຈຳນວນປົກກະຕິ ແລະ ຈຳນວນອະປົກກະຕິ ເອີ້ນວ່າ: ຈຳນວນຈິງ

ຕົວຢ່າງ: 7; -4 ; $\frac{5}{2}$; -6,3 ; 8,9999 ; 2,121221222; 28,346 ...

ແຜນວາດສະແດງ ຈຳນວນຊະນິດຕ່າງໆ



3. ບົດເຝິກຫັດ

ຈຳນວນຕໍ່ໄປນີ້ ຈຳນວນໃດເປັນຈຳນວນປົກກະຕິ ແລະ ຈຳນວນໃດເປັນຈຳນວນອະປົກກະຕິ?

ກ. $\frac{9}{7}$

ຂ. $-\frac{7}{3}$

ຄ. 0

ງ. - 2 + 0,2

ຈ. 0,842

ສ. 1,3666666..

ຊ. 2,4313113111..

ຍ. 2,137137137...

ດ. -5,9326483264832648...

ບົດທີ 4
ການປຽບທຽບຈຳນວນ

1. ການປຽບທຽບຈຳນວນທຳມະຊາດ

- ການຈັດລຽງຈຳນວນທຳມະຊາດທີ່ຂຽນດ້ວຍໜຶ່ງຕົວເລກແຕ່ໜ້ອຍຫາຫຼາຍດັ່ງນີ້:
  $1 < 2 < 3 < 4 <5 < 6 <7< 8 < 9$
- ການປຽບທຽບຈຳນວນທຳມະຊາດທີ່ມີຈຳນວນຕົວເລກຕ່າງກັນ: ຖ້າຈຳນວນໃດມີຕົວເລກຫຼາຍກວ່າແມ່ນຈຳນວນນັ້ນຈະຫຼາຍກວ່າ.

  ຕົວຢ່າງ: 15 ແລະ 9 ; 15 ມີສອງຕົວເລກ , 9 ມີໜຶ່ງຕົວເລກ, ດັ່ງນັ້ນ $15 > 9$

  160 ແລະ 87, 160 ມີສາມຕົວເລກ , 87 ມີສອງຕົວເລກ, ດັ່ງນັ້ນ $160 > 87$
- ການປຽບທຽບຈຳນວນທຳມະຊາດທີ່ມີຈຳນວນຕົວເລກເທົ່າກັນ:ໂດຍເຮົາສັງເກດແຕ່ຊ້າຍຫາຂວາ, ຈຳນວນໃດທີ່ມີຕົວເລກທີ່ໜຶ່ງຫຼາຍກວ່າແມ່ນຈຳນວນນັ້ນຫຼາຍກວ່າ

  ຕົວຢ່າງ: 7845 ແລະ 5987 ຕົວເລກທີ ໜຶ່ງແມ່ນ $7 > 5$ ດັ່ງນັ້ນ, $7845 > 5987$

  ກໍລະນີ: ຕົວເລກທີໜຶ່ງຫາກເທົ່າກັນ ເພິ່ນຈະປຽບທຽບຕົວເລກທີສອງ ຫຼື ທີສາມ ແລະ ຕົວເລກຕໍ່ໆໄປ

  ຕົວຢ່າງ: 6813 ແລະ 6598 ຕົວເລກທີໜຶ່ງເທົ່າກັນ, ເຮົາປຽບທຽບຕົວເລກທີສອງ ເຫັນວ່າ 8 ຫຼາຍກວ່າ 5 ດັ່ງນັ້ນ $6813 > 6598$

2. ການປຽບທຽບຈຳນວນຖ້ວນ

- ການປຽບທຽບຈຳນວຖ້ວນບວກຄືກັນກັບການປຽບທຽບຈຳນວທຳມະຊາດ .
- ຈຳນວນບວກຈະຫຼາຍກວ່າຈຳນວນລົບເລື້ອຍໆ
- ການປຽບທຽບສອງຈຳນວນຖ້ວນລົບ ຈຳນວນຖ້ວນລົບໃດທີ່ມີໄລຍະຫ່າງໄກຈາກ ເມັດເຄົ້າ 0 ຫຼາຍກວ່າ ແມ່ນຈຳນວນນັ້ນຈະໜ້ອຍກວ່າ

  ຕົວຢ່າງ: - 8 ແລະ -3 ; -8 ມີໄລຍະຫ່າງຈາກ ເມັດເຄົ້າ 8 ຫົວໜ່ວຍ, -3 ມີໄລຍະຫ່າງຈາກເມັດເຄົ້າ 3 ຫົວໜ່ວຍ, ດັ່ງນັ້ນ $-8 < -3$

3. ການປຽບທຽບຈຳນວນທົດສະນິຍົມ (ຈຳນວນເສດ)

ການປຽບທຽບຈຳນວນທົດສະນິຍົມ ເຮົາສັງເກດຈຳນວນຖ້ວນສາກ່ອນຖ້າຈຳ ນວນໃດມີຈຳນວນ ຖ້ວນຫຼາຍກວ່າແມ່ນຈຳນວນນັ້ນຈະຫຼາຍກວ່າ.

ຖ້າສອງຈຳນວນຫາກມີພາກສ່ວນຈຳນວນຖ້ວນເທົ່າກັນ ເຮົາຈະເບິ່ງພາກສ່ວນເສດຂອງສອງຈຳນວນ ຈຳນວນເສດທີ 1, ທີ 2 , ທີ 3... ຖ້າຈຳນວນເສດໃດຫາກຫຼາຍກວ່າແມ່ນຈຳນວນນັ້ນ ຈະຫຼາຍກວ່າ.

ຕົວຢ່າງ: ປຽບທຽບ 4,56 ແລະ 3,75 ເຮົາຈະເຫັນວ່າ 4,56 > 3,75 ຍ້ອນ 4 > 3

ປຽບທຽບ 5,145 ແລະ 5,168 ເຮົາຈະເຫັນວ່າ 5,168 > 5,145 ຍ້ອນ 6 > 4 ໃນຈຳນວນເສດທີ 2

4. ບົດເຝິກຫັດ

1. ຈົ່ງປຽບທຽບຈຳນວນທຳມະຊາດລຸ່ມນີ້ ຕາມແຕ່ລະຄູ່ ໂດຍໃຊ້ເຄື່ອງໝາຍ >, <, = ໃສ່ບ່ອນຈ້ຳເມັດ
   1) 4387 3998
   2) 57248...........57 482
   3) 1 700 .... 9x10+7x10+5
   4) 15 345732...........ໜຶ່ງໂກດເຈັດລ້ານເກົ້າຮ້ອຍພັນເອັດ
2. ຈົ່ງປຽບທຽບຈຳນວນຖ້ວນລຸ່ມນີ້ ຕາມແຕ່ລະຄູ່ ໂດຍໃຊ້ເຄື່ອງໝາຍ >, <, = ໃສ່ບ່ອນຈ້ຳເມັດ
   1) -12........3
   2) 0........-6
   3) +8.......-8
   4) 4.......4
   5) -34...-34
3. ຈົ່ງປຽບທຽບຈຳນວນທົດສະນິຍົມລຸ່ມນີ້ ຕາມແຕ່ລະຄູ່ ໂດຍໃຊ້ເຄື່ອງໝາຍ >, <, = ໃສ່ບ່ອນຈ້ຳເມັດ
   1) 3,245...........3,5
   2) 0,89 10,00
   3) 456,98...........456,92
   4) 60,70 80,70
   5) 165,09...........16,509
   6) -56,35...........0

ບົດທີ 5
ການບວກ ແລະ ການລົບຈຳນວນຕ່າງໆ

I. ຄວາມໝາຍຂອງການບວກ ແລະ ການລົບ

1. ການບວກ: ການບວກ ແມ່ນການຄຳນວນທີ່ຄິດໄລ່ຜົນບວກ ຫຼື ໂຮມເຂົ້າກັນຂອງສອງ ຫຼື ຫຼາຍຈຳນວນ, ສັນຍະລັກດ້ວຍເຄື່ອງໝາຍ ‘ +’
2. ການລົບ: ການລົບ ສັນຍະລັກດ້ວຍເຄື່ອງໝາຍ “ - ” ແມ່ນການຄຳນວນທີ່ຄິດໄລ່ຄວາມແຕກຕ່າງ (ຜົນລົບ) ຂອງສອງຈຳນວນ

II. ການບວກ ແລະ ລົບຈຳນວນທຳມະຊາດ

1. ການບວກ

ຕົວຢ່າງ:

1) 100 + 35 = 135
2) 123 + 42 + 5 = 170
3) (4 +8) + 12 = 24
4) 3 + 48 + 236 + 1300 = 1580

$$a+b=b+a$$
$$(a+b)+c=a+(b+c)=(a+c)+b$$

ໂດຍທົ່ວໄປ:

2. ການລົບ

ຫຼັກການ: ການລົບຈຳນວນທຳມະຊາດເຮົາຕ້ອງເອົາຕົວເລກທີ່ມີຈຳນວນຫຼາຍກວ່າເປັນຕົວຕັ້ງລົບ ແລະ ເອົາຕົວເລກທີ່ມີຈຳນວນນ້ອຍກວ່າເປັນຕົວລົບ ຈຶ່ງຈະເປັນຈຳນວນທຳມະຊາດ.

ການລົບ ຫົວໜ່ວຍໃຫ້ເຊິ່ງຫົວໜ່ວຍ, ຫົວສິບ ເຊິ່ງຫົວສິບ ຕໍ່ໆ ໄປ

ຕົວຢ່າງ:

1) 60 - 30 = 30

2) 190 - 46 = 144

3) (90-20) - (35-13) = 70 - 22= 48

4) 1354 - 420 = 934

5) 471 - 335 = 136

III.ການບວກ ແລະ ການລົບຈຳນວນຖ້ວນ

1. ການບວກຈຳນວນຖ້ວນ

- ເພື່ອຄິດໄລ່ຜົນບວກຂອງສອງຈຳນວນຖ້ວນ ທີ່ມີເຄື່ອງໝາຍຄືກັນ ເພິ່ນປະຕິບັດດັ່ງນີ້:
  ບວກໄລຍະຫ່າງຈາກສູນຂອງພວກມັນນຳກັນແລ້ວເອົາເຄື່ອງໝາຍທີ່ຄືກັນຂອງພວກມັນໃສ່ຕໍ່ໜ້າຂອງຜົນບວກ

ຕົວຢ່າງ: (+ 5) + (+ 10) = +15

(-5) + (-10) = -15

- ເພື່ອຢາກຄິດໄລ່ຜົນບວກຂອງສອງຈຳນວນຖ້ວນທີ່ມີເຄື່ອງໝາຍຕ່າງກັນເພິ່ນປະຕິບັດດັ່ງນີ້:
  ເອົາໄລຍະຫ່າງຂອງຈຳນວນທີ່ຫ່າງຈາກ 0 ຫຼາຍກວ່າ ລົບໄລຍະຫ່າງຂອງຈຳນວນທີ່ຫ່າງຈາກ 0 ໜ້ອຍກວ່າ ແລ້ວເອົາເຄື່ອງໝາຍຂອງຈຳນວນທີ່ມີໄລຍະຫ່າງຈາກ 0 ຫຼາຍກວ່າໃສ່ຕໍ່ໜ້າຜົນບວກ ຂອງພວກມັນ

ຕົວຢ່າງ:

ກ. (-6) + (+ 8) = +2 (ເພາະວ່າ 8 - 6 = 2 ແລະ ໃສ່ໝາຍບວກຢູ່ຕໍ່ໜ້າຍ້ອນເລກ 8 ເປັນຈຳນວນຫຼາຍກວ່າ 6 ຖືເຄື່ອງໝາຍ +)

ຂ. (-12) + (+2)= -10 (ເພາະວ່າ 12 - 2=10 ແລະ ໃສ່ເຄື່ອງໝາຍ ລົບຢູ່ຕໍ່ໜ້າຍ້ອນ ຈຳນວນ 12 ຫຼາຍກວ່າ 2 ຖືເຄື່ອງໝາຍລົບ.)

2. ການລົບຈຳນວນຖ້ວນ

ຫຼັກການ: ຢາກຄິດໄລ່ຜົນລົບຂອງສອງຈຳນວນຖ້ວນ ເພິ່ນຄິດໄລ່ຜົນບວກລະຫວ່າງຕົວຕັ້ງລົບກັບຈຳນວນກົງກັນຂ້າມຂອງຕົວລົບ

ໃຫ້ສອງຈຳນວນຖ້ວນ a ແລະb : $a - b = a + (-b)$

ຕົວຢ່າງ:

ກ. (+7) - (+5) = 7+ (-5) = 7-5 = 2

ຂ. (-12) - (-5) = -12 + (+5) = -12 + 5 = - 7

ຄ. (+10) - (-6) = +10 + (+6) = +10 + 6 = +16

ງ. (-15) - (+3) = -15 + (-3) = -15 - 13 = - 18

IV. ການບວກ ແລະ ການລົບຈຳນວນທົດສະນິຍົມ

ຫຼັກການ: ຢາກບວກ ຫຼື ລົບຈຳນວນເສດ ເຮົາເອົາໝາຍຈຸດໄວ້ເຊິ່ງໝາຍຈຸດລະຫວ່າງ:

- ຕົວຕັ້ງບວກ ແລະ ຕົວບວກ ແລ້ວຈຶ່ງບວກ ແລະ ໃສ່ໝາຍຈຸດເຊິ່ງໝາຍຈຸດ.
- ຕົວຕັ້ງລົບ ແລະ ຕົວລົບ ແລ້ວຈຶ່ງລົບ ຕາມຫຼັກການ ແລະ ໃສ່ໝາຍຈຸດເຊິ່ງໝາຍຈຸດ

ຕົວຢ່າງ:

ກ. ການບວກ

1) $105{,}9 + 15{,}31$

ການຕັ້ງເລກ:

$$\begin{array}{r} 105{,}9 \\ + \quad 15{,}31 \\ \hline 121{,}21 \end{array}$$

2) 3784,2 + 369

$$\begin{array}{r} 3784{,}2 \\ + \quad 369 \\ \hline 4153{,}2 \end{array}$$

3) 400 + 448,79

$$\begin{array}{r} 400 \\ + \quad 448{,}79 \\ \hline 848{,}79 \end{array}$$

ຂ. ການລົບ

1) $308{,}50 - 28{,}50$

$$\begin{array}{r} 308{,}50 \\ - \quad 28{,}50 \\ \hline 280{,}00 \end{array}$$

2) $327{,}2 - 87{,}45$

$$\begin{array}{r} 327{,}20 \\ - \quad 87{,}45 \\ \hline 239{,}75 \end{array}$$

3) $4000 - 365{,}58$

$$\begin{array}{r} 4000 \\ - \quad 365{,}58 \\ \hline 3634{,}42 \end{array}$$

4) $1000,45 - 350$

$$\begin{array}{r} 1000,45 \\ -\quad 350 \\ \hline 650,45 \end{array}$$

V. ບົດເຝິກຫັດ

ກ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ເລກລຸ່ມນີ້:

1) 7849 + 251 + 9090
2) 4075 + 318 + 1482
3) 13548 – 8937
4) 107 – 59
5) (+10) + (+34)
6) (+36) + (-6)
7) (-180) - (- 20)
8) (-200)- (+ 100)
9) (+50) -(+50)
10) (+50) + (-50)

ຂ. ຈົ່ງບວກ ແລະ ລົບເລກລຸ່ມນີ້

1) 105,45 + 300
2) 200 + 65,23
3) 346 - 90,55
4) 350,65 - 30,60
5) 400 + 70,85 + 35,65 - 100
6) 567,34 + 200,76 - 40
7) 1000 - 560,80 + 80,15
8) 200,90 - 100,95
9) 300 - 150,25 + 50,75
10) 450 - (-50) + 56,84

ບົດທີ 6

ການຄູນ ແລະ ການຫານຈຳນວນຕ່າງໆ

I. ການຄູນ

1. ຄວາມໝາຍການຄູນ

4) ການຄູນແມ່ນການຄຳນວນທີ່ໃຊ້ແທນການບວກຈຳນວນໃດໜຶ່ງທີ່ຊ້ຳກັນຫຼາຍເທື່ອ.

5) ໃຫ້ຈຳນວນ a ແລະ n ການຄູນ a ກັບ n ສັນຍາລັກ: $a \times n$ ແມ່ນການຄິດໄລ່ ຂອງການບວກ a ຊ້ຳກັນ n ເທື່ອ

ໝາຍຄວາມວ່າ:

$$\underbrace{a+a+a+a+a+\cdots+a}_{n \text{ ເທື່ອ}} = a \times n$$

ຕົວຢ່າງ:

2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10 x 2 = 20

2. ຄຸນລັກສະນະຂອງການຄູນ

ການຄູນມີຄຸນລັກສະນະສັບປ່ຽນບ່ອນໄດ້. ສຳລັບທຸກທຈຳນວນທຳມະຊາດ a ແລະ b ເຮົາໄດ້

$a \times b = b \times a$

ການຄູນມີລັກສະນະ ໂຮມໝູ່ໄດ້ ໝາຍວ່າ ສຳລັບທຸກໆ ຈຳນວນທຳມະຊາດ a, b, c ເຮົາຈະໄດ້

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = a \times b \times c$

ໃຫ້ຈຳນວນທຳມະຊາດ a ຕາມໃຈ ເຮົາໄດ້

$a \times 1 = a$

3. ການຄູນ ຈຳນວນຕ່າງໆ

3.1 ການຄູນຈຳນວນທຳມະຊາດ

ເຮົາປະຕິບັດຫຼັກການຄູນທີ່ໄດ້ຮຽນຜ່ານມາເຊັ່ນ: 37 x 3 ເຮົາປະຕິບັດດັ່ງນີ້:

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times \\ 3 \\ \hline 111 \end{array}$$

ຕົວຢ່າງ1): 458 x 25

$$
\begin{array}{r}
458 \\
\times \quad \\
25 \\
\hline
2290 \\
916 \\
\hline
11450
\end{array}
$$

ຕົວຢ່າງ2) 2794×384

$$
\begin{array}{r}
2794 \\
\times \quad \\
384 \\
\hline
11176 \\
22352 \\
8382 \\
\hline
1072896
\end{array}
$$

3.2 ການຄູນຈຳນວນຖ້ວນ

ຫຼັກການ 1: ການຄູນສອງຈຳນວນຖ້ວນ:

- ຜົນຄູນຂອງສອງຈຳນວນຖ້ວນທີ່ມີເຄື່ອງໝາຍຄືກັນເປັນຈຳນວນບວກ
- ຜົນຄູນຂອງສອງຈຳນວນຖ້ວນທີ່ມີເຄື່ອງໝາຍຕ່າງກັນເປັນຈຳນວນລົບ

ຕົວຢ່າງ:

- ❖ $(+2) \times (+5) = +10$
- ❖ $(-4) \times (-5) = +20$
- ❖ $(+30) \times (-2) = -60$
- ❖ $(-6) \times (+10) = -60$

ຫຼັກການ 2: ການຄູນຂອງຫຼາຍຈຳນວນຖ້ວນ

- ຜົນຄູນຂອງຫຼາຍຈຳນວນຖ້ວນຕ່າງ 0 ເປັນຈຳນວນບວກ ຖ້າຫາກວ່າຈຳນວນສ່ວນຄູນລົບເປັນຈຳນວນຄູ່
- ຜົນຄູນຂອງຫຼາຍຈຳນວນຖ້ວນຕ່າງ 0 ເປັນຈຳນວນລົບ ຖ້າຫາກວ່າຈຳນວນ ສ່ວນຄູນລົບເປັນຈຳນວນຄີກ
- ເພື່ອຢາກຄິດໄລ່ຜົນຄູນຂອງຫຼາຍຈຳນວນຖ້ວນຕ່າງ 0 ເຮົາຄວນກຳນົດເຄື່ອງໝາຍຂອງຜົນຄູນສາກ່ອນແລ້ວຈຶ່ງຄິດໄລ່ຜົນຄູນຕົວເລກຂອງພວກມັນ

ຕົວຢ່າງ:

- $(-3) \times (-6) = +18$ (ຄູນ 2 ຈຳນວນ)
- $(+10) \times (+5) = +50$
- $(+3) \times (-7) = -21$
- $(-9) \times (+9) = -81$
- $(-3) \times (-2) \times (+5) = +30$ (ຄູນຫຼາຍຈຳນວນຖ້ວນ)

- $(-3)\times\ (-3)\times(-6)\times\ (+2)=\ -108$
- $(+1)\ \times\ (-10)\ \times(\ -2)\ \times\ (+5)\ =+100$
- $(+1)\times(-3)\times(+2)\times(-6)\times(-4)\times(+8)=-1152$

3.3 ການຄູນຈຳນວນທົດສະນິຍົມ

ການຄູນຈຳນວນທົດສະນິຍົມແມ່ນເຮົາຄູນຕົວຄູນໃສ່ຕົວຕັ້ງຄູນ ແລະ ບວກຜົນຄູນນຳກັນ ແລ້ວໃສ່ ໝາຍຈຸດໃນຜົນຄູນຊຶ່ງນັບແຕ່ຂວາຫາຊ້າຍ ໂດຍໃຫ້ເທົ່າກັບຈຳນວນຕົວເລກຫຼັງໝາຍ ຈຸດ ທັງຕົວຕັ້ງຄູນ ແລະ ຕົວຄູນ.

ຕົວຢ່າງ1: 3,16 × 4,2

$$\begin{array}{rl}
3{,}16 & \leftarrow \text{ຕົວຕັ້ງຄູນ} \\
\times & \\
4{,}2 & \leftarrow \text{ຕົວຄູນ} \\
\hline
632 & \leftarrow 3.16\times 2 \\
+ & \\
1264 & \leftarrow 3.16\times 4 \\
\hline
13{,}272 & \leftarrow \text{ຜົນຄູນ}
\end{array}$$

ຕົວຢ່າງ 2: 417,2 x 1,25

$$\begin{array}{r}
417{,}2 \\
\times \\
1{,}25 \\
\hline
20860 \\
+ \\
8344 \\
+ \\
4172 \\
\hline
521{,}500
\end{array}$$

II. ການຫານ

1. ຄວາມໝາຍຂອງການຫານ

ໃຫ້ຈຳນວນທຳມະຊາດຕາມໃຈ a ແລະ b ໂດຍວ່າ $a>b$ ຜົນຫານ a ໃຫ້ b ສັນຍາລັກ $\frac{a}{b}$ ແມ່ນ ການຄິດໄລ່ແທນການລົບ b ອອກຈາກ a ຕິດຕໍ່ກັນຈົນຜົນລົບເທົ່າ r ໂດຍວ່າ $\mathrm{r}<b$

$a-b-b-b-\cdots-b=\mathrm{r}$ ເຊິ່ງ $\mathrm{r}<b$ ສະແດງວ່າ

$$\begin{array}{l|l}
a & b \\
\hline
\mathrm{r} & q
\end{array}$$

ເພິ່ນເອີ້ນ q ວ່າຜົນຫານ ແລະ r ວ່າຕົວເສດ ຂອງການຫານ a ໃຫ້ b.

ຕົວຢ່າງ: $24 - 6 = 18$

ຫຼື $\underbrace{24 - 6 - 6 - 6 - 6 = 0}_{4\ ເທື່ອ}$

ແມ່ນ $24 \div 6$ ຫຼື
$$\begin{array}{r|l} 24 & 6 \\ \hline 0 & 4 \end{array}$$

2. ການຫານຈຳນວນຕ່າງໆ

2.1 ການຫານຈຳນວນທຳມະຊາດ ໃຫ້ຈຳນວນທຳມະຊາດ

- ຕົວຢ່າງ 1: $9125 \div 25$

$$\begin{array}{r|l} 9125 & 25 \\ \cline{2-2} -\ \ 75 & 365 \\ \cline{1-1} 162 & \\ -\ 150 & \\ \cline{1-1} 125 & \\ -\ 125 & \\ \cline{1-1} 000 & \end{array}$$

- ຕົວຢ່າງ 2: $44010 \div 90$

$$\begin{array}{r|l} 44010 & 90 \\ \cline{2-2} -\ 36 & 489 \\ \cline{1-1} 080 & \\ -\ 72 & \\ \cline{1-1} 0810 & \\ -\ 0810 & \\ \cline{1-1} 0000 & \end{array}$$

2.2 ການຫານຈຳນວນຖ້ວນ

ຫຼັກການ: ຜົນຫານຂອງສອງຈຳນວນຖ້ວນ

- ຜົນຫານຂອງສອງຈຳນວນຖ້ວນທີ່ມີເຄື່ອງໝາຍຄືກັນ ເປັນຈຳນວນບວກ
- ຜົນຫານຂອງສອງຈຳນວນຖ້ວນທີ່ມີເຄື່ອງໝາຍຕ່າງກັນ ເປັນຈຳນວນລົບ.
- ເຮົາບໍ່ສາມາດຫານຈຳນວນໃດໜຶ່ງໃຫ້ສູນໄດ້ ເພາະວ່າ ເອົາເລກໃດມາຄູນກັບ 0 ຈະເທົ່າ 0 ບໍ່ເປັນຄ່າອື່ນໄດ້ເດັດຂາດ.

ຕົວຢ່າງ:

- $(-8) \div (-4) = +2$
- $(+18) \div (+9) = +2$
- $(+30) \div (-10) = -3$
- $(-125) \div (+5) = -5$
-

2.3 ການຫານຈຳນວນທົດສະນິຍົມ

- ເວລາເຮົາຫານຈຳນວນຖ້ວນໃຫ້ຈຳນວນຖ້ວນ ຖ້າຕົວເລກເສດຕ່າງ 0 ເຮົາກໍ່ໝາຍຈຸດໃສ່ຜົນຫານ ຕື່ມ 0 ໃສ່ຕົວເສດແລ້ວຫານຕໍ່ໄປໃຫ້ໄດ້ຕົວເສດເທົ່າ 0.
- ຫຼັກການຫານຈຳນວນທົດສະນິຍົມ ໃຫ້ຈຳນວນທົດສະນິຍົມເຮົາກໍ່ປ່ຽນເປັນຈຳນວນຖ້ວນແລ້ວຈຶ່ງຫານ ຕາມຫຼັກການ.

ຕົວຢ່າງ1: $3425 \div 8$

$$
\begin{array}{r|l}
3425 & 8 \\ \cline{2-2}
-\ 32 & 428{,}125 \\ \cline{1-1}
022 & \\
-\ 16 & \\ \cline{1-1}
065 & \\
-\ 64 & \\ \cline{1-1}
010 & \\
-\ 8 & \\ \cline{1-1}
020 & \\
-\ 16 & \\ \cline{1-1}
040 & \\
-\ 40 & \\ \cline{1-1}
00 &
\end{array}
$$

ຕົວຢ່າງ2: $74{,}75 \div 2{,}5$ ເຮົາຕ້ອງປ່ຽນເປັນຈຳນວນຖ້ວນເສຍກ່ອນ ໂດຍການຄູນກັບ 100 ໃສ່ທັງ 2 ລະຫວ່າງ ຕົວຕັ້ງຫານ ແລະ ຕົວຫານແລ້ວຈຶ່ງຫານດັ່ງນີ້:

$74{,}75 \times 100 = 7475$

$2{,}5 \times 100 = 250$

ປະຕິບັດການຫານດັ່ງນີ້:

7475	250
− 500	29,9
2475	
− 2250	
02250	
− 2250	
0000	

3. ການຫານຂາດ: (ການຫານຂາດແມ່ນຕົວເສດເທົ່າສູນ)

ພວກເຮົາບໍ່ຄິດໄລ່ກໍສາມາດບອກໄດ້ ວ່າຈຳນວນໃດຫານຂາດໃຫ້ 2; 3; 4; 5; 9 ແລະ ຫານຂາດໃຫ້ 10 ຄຸນລັກສະນະການຫານຂາດດັ່ງກ່າວມີດັ່ງນີ້:

- ຈຳນວນທຳມະຊາດໜຶ່ງທີ່ຫານຂາດໃຫ້ 2 ແມ່ນຈຳນວນທີ່ຕົວເລກຫົວໜ່ວຍແມ່ນ 0 ແລະ ເລກຄູ່
- ຈຳນວນທຳມະຊາດໜຶ່ງທີ່ຫານຂາດໃຫ້ 3 ໄດ້ກໍຕໍ່ເມື່ອຜົນບວກຂອງຕົວເລກທັງໝົດທີ່ໃຊ້ຂຽນຈຳນວນນັ້ນຫານຂາດໃຫ້ 3.
- ຈຳນວນທຳມະຊາດໜຶ່ງທີ່ຫານຂາດໃຫ້ 4 ໄດ້ກໍຕໍ່ເມື່ອຈຳນວນທີ່ປະກອບດ້ວຍສອງຕົວເລກສຸດທ້າຍ ຫານຂາດໃຫ້ 4.
- ຈຳນວນທຳມະຊາດໜຶ່ງຫານຂາດໃຫ້ 5 ໄດ້ກໍຕໍ່ເມື່ອຕົວເລກຫົວໜ່ວຍຂອງມັນແມ່ນ 0 ແລະ 5
- ຈຳນວນທຳມະຊາດໜຶ່ງທີ່ຫານຂາດໃຫ້ 9 ໄດ້ກໍຕໍ່ເມື່ອຜົນບວກຂອງຕົວເລກທັງໝົດທີ່ໃຊ້ຂຽນຈຳນວນນັ້ນຫານຂາດໃຫ້ 9.
- ຈຳນວນທຳມະຊາດໜຶ່ງຫານຂາດໃຫ້ 10 ໄດ້ກໍຕໍ່ເມື່ອຕົວເລກຫົວໜ່ວຍຂອງມັນແມ່ນ 0

  ຕົວຢ່າງ:

  1250 ຫານຂາດ ໃຫ້ 5 ແລະ 10 ຍ້ອນ ເລກຫົວໜ່ວຍແມ່ນ 0

  324 ຫານຂາດໃຫ້ 2 ແລະ 4 ຍ້ອນ ເລກຫົວໜ່ວຍເປັນເລກຄູ່ ແລະ ເລກຫົວສິບ 24

ຫານຂາດໃຫ້ 4

108; 81 ຫານຂາດໃຫ້ 9 ຍ້ອນ ຜົນບວກບັນດາຕົວເລກທີ່ຂຽນຈຳນວນດັ່ງກ່າວ ຫານຂາດໃຫ້ 9

54; 108; 324 ຫານຂາດໃຫ້ 3 ຍ້ອນຜົນບວກຂອງບັນດາຕົວເລກຂຽນຈຳນວນດັ່ງກ່າວ ຫານຂາດໃຫ້ 3

4. ບົດເຝິກຫັດ

1. ຈົ່ງຄິດໄລ່ເລກລຸ່ມນີ້

   1) $1,8 \times 1000$
   2) $49,05 \times 32,14$
   3) $148 \times 0,28$
   4) 78,3 X 2,55
   5) $28 \div 1,4$
   6) $157,5 \div 3,75$
   7) $324 \div 0,4$
   8) $1008 \div 10,00$
   9) $(-81) \div (+9)$
   10) (+125) $\div$ (+5)
   11) (-100) $\div$ (-10)
   12) (+6) x (-2)
   13) (+5) x (+5)
   14) (-3) x (-7)
   15) (-10) x(+10)

2. ໂດຍບໍ່ຕ້ອງຄິດໄລ່ ການຫານ ຈົ່ງບອກວ່າ ຈຳນວນຕໍ່ໄປນີ້ ຈຳນວນໃດ ຫານຂາດໃຫ້ 2, 3,4,5,9 ແລະ 10 ພ້ອມບອກເຫດຜົນ

   144; 60; 1932; 22526; 443; 525; 1176; 459;
   18 015; 12; 2450; 12 546; 245; 333; 2850; 624

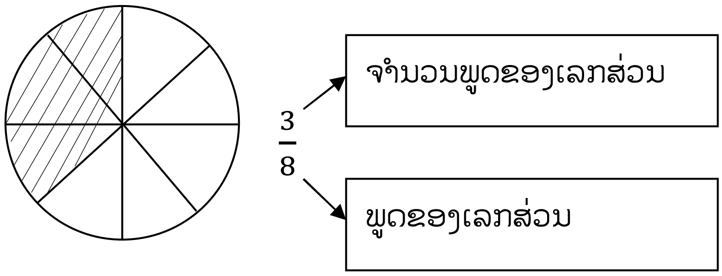
ບົດທີ 7
ການຄິດໄລ່ເລກສ່ວນ ແລະ ການຄິດໄລ່ເລກສ່ວນຮ້ອຍ

I. ເລກສ່ວນ ແລະ ການຄິດໄລ່ເລກສ່ວນ

1. ເລກສ່ວນ

-ຈຳນວນທີ່ຂີດລາຍມີ 3 ສ່ວນ ຂອງຈຳນວນທັງໝົດ 8 ສ່ວນ ເຮົາ ຂຽນໄດ້ $\frac{3}{8}$

-ຈຳນວນທີ່ບໍ່ຂີດລາຍມີ 5 ສ່ວນ ຂອງຈຳນວນທັງໝົດ 8 ສ່ວນ ເຮົາ ຂຽນໄດ້ $\frac{5}{8}$



2. ການຄິດໄລ່ກ່ຽວກັບເລກສ່ວນ

2.1 ການບວກ ແລະ ລົບເລກສ່ວນທີ່ມີພູດຄືກັນ

ຢາກບວກ ແລະ ລົບເລກສ່ວນເຮົາທີ່ມີພູດຄືກັນແມ່ນເຮົາບວກ ຫຼື ລົບຈຳນວນພູດນຳກັນແລ້ວ ຮັກສາພູດໄວ້ຄືເກົ່າ

- ຖ້າ $\frac{a}{b}$ ແລະ $\frac{c}{b}$ ແມ່ນເລກສ່ວນທີ່ມີພູດຄືກັນແມ່ນ $b, b \neq 0$ ເຮົາໄດ້:

$$\boxed{\frac{a}{b}+\frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}}$$

ສູດ ການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພູດຄືກັນ

$$\boxed{\frac{a}{b}-\frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}}$$

ສູດ ການລົບເລກສ່ວນທີ່ມີພູດຄືກັນ

ຕົວຢ່າງ 1: ການບວກເລກສ່ວນ

- $\frac{12}{11} + \frac{8}{11} = \frac{12+8}{11} = \frac{20}{11}$
- $\frac{2}{5} + \frac{13}{5} = \frac{2+13}{5} = \frac{15}{5} = \frac{3}{1}$

ຕົວຢ່າງ 2: ການລົບເລກສ່ວນ

- $\frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{8-1}{3} = \frac{7}{3}$
- $\frac{7}{4} - \frac{5}{4} = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

2.2 ການບວກ ແລະ ລົບເລກສ່ວນທີ່ມີພູດຕ່າງກັນ

ການບວກ ແລະ ລົບເລກສ່ວນທີ່ມີພູດຕ່າງກັນ ແມ່ນເຮົາຕ້ອງຂື້ນພູດຮ່ວມສາກ່ອນ ແລ້ວຈື່ງປະຕິບັດການບວກ ແລະ ລົບເລກສ່ວນຄືກັບການບວກ-ລົບເລກສ່ວນທີ່ມີພູດຄືກັນ.

ຕົວຢ່າງ: ການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພູດຕ່າງກັນ:

- $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{5\times2}{6\times2} + \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{10+9}{12} = \frac{19}{12}$
- $\frac{4}{7} + \frac{5}{2} = \frac{4\times2}{7\times2} + \frac{5\times7}{2\times7} = \frac{8}{14} + \frac{35}{14} = \frac{8+35}{14} = \frac{43}{14}$

ຕົວຢ່າງ: ການລົບເລກສ່ວນ ທີ່ມີພູດຕ່າງກັນ

- $\frac{7}{3} - \frac{2}{5} = \frac{7\times5}{3\times5} - \frac{2\times3}{5\times3} = \frac{35}{15} - \frac{6}{15} = \frac{35-6}{15} = \frac{29}{15}$
- $\frac{11}{6} - \frac{7}{8} = \frac{11\times4}{6\times4} - \frac{7\times3}{8\times3} = \frac{44}{24} - \frac{21}{24} = \frac{44-21}{24} = \frac{23}{24}$

2.3 ການຄູນເລກສ່ວນ

2.3.1 ການຄູນຈຳນວນໜຶ່ງກັບເລກສ່ວນ

ຄູນຈຳນວນໜຶ່ງກັບເລກສ່ວນ $\frac{a}{b}$ ເຮົາປະຕິບັດດັ່ງນີ້:

- ຄູນຈຳນວນນັ້ນກັບຈຳນວນພູດ a ແລ້ວຫານໃຫ້ b ຫຼືເອົາຈຳນວນນັ້ນຫານໃຫ້ ພູດ b ແລ້ວຄູນກັບຈຳນວນພູດ a

ຕົວຢ່າງ: $200 \times \frac{4}{5} = \frac{200\times4}{5} = \frac{800}{5} = 160$ ຫຼື

$$200 \times \frac{4}{5} = \frac{200}{5} \times 4 = 40 \times 4 = 160$$

2.3.2 ການຄູນເລກສ່ວນ

- ການຄູນເລກສ່ວນ ແມ່ນເຮົາຄູນຈຳນວນພູດ ກັບຈຳນວນພູດ ແລະ ຄູນພູດກັບພູດ ແລ້ວຄັດຈ້ອນ (ຖ້າຄັດຈ້ອນໄດ້).

ໃຫ້ 2 ເລກສ່ວນ $\frac{a}{b}$ ແລະ $\frac{c}{d}$ ເຊິ່ງ $b \neq 0, d \neq 0$
ເຮົາໄດ້ :

$$\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}}$$

- ການຄັດຈ້ອນເລກສ່ວນແມ່ນ ເຮົາເອົາພູດ ແລະ ຈຳນວນພູດຫານໃຫ້ຈຳນວນດຽວກັນ (ຈຳນວນທີ່ ພູດ ແລະ ຈຳນວນພູດຫານຂາດ) ການຄັດຈ້ອນເລກສ່ວນ ແມ່ນຄ່າຂອງມັນຈະບໍ່ປ່ຽນແປງ

ຕົວຢ່າງ:

- $\frac{4}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{4 \times 5}{3 \times 8} = \frac{20}{24} = \frac{10}{12}$ (ຫານທັງພູດ ແລະຈຳນວນພູດໃຫ້ 2)
- $\frac{4}{5} \times \frac{8}{5} = \frac{4 \times 8}{5 \times 5} = \frac{32}{25}$
- $\frac{4}{5} \times \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{4 \times (-7)}{5 \times 3} = -\frac{28}{15}$

2.4 ການຫານເລກສ່ວນ

ນິຍາມ:

ກ. ໃຫ້ສອງຈຳນວນ a ແລະ b ເຊິ່ງ $\neq 0$. ການຫານ a ໃຫ້ b ແມ່ນການຄູນ a ກັບຈຳນວນ ປີ້ນຂອງ b

$$\boxed{a \div b = a \times \frac{1}{b} \quad (b \neq 0)}$$

ຕົວຢ່າງ:

- $81 \div 4 = 81 \times \frac{1}{4} = \frac{81}{4}$
- $48 \div 1{,}2 = 48 \times \frac{1}{1{,}2} = \frac{48}{1{,}2}$

ຂ. ໃຫ້ສອງເລກສ່ວນ $\frac{a}{b}$ ແລະ $\frac{c}{d}$ ເຊິ່ງ a , b , c ແລະ d ຕ່າງສູນ ເຮົາໄດ້

$$\boxed{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}}$$

ແລ້ວຄັດຈ້ອນຜົນໄດ້ຮັບ (ຖ້າຄັດຈ້ອນໄດ້)

ຕົວຢ່າງ:

1) $\frac{5}{3} \div \frac{2}{7} = \frac{5}{3} \times \frac{7}{2} = \frac{5\times7}{3\times2} = \frac{35}{6}$

2) $\frac{2}{9} \div 11 = \frac{2}{9} \times \frac{1}{11} = \frac{2\times1}{9\times11} = \frac{2}{99}$

3) $0 \div \frac{6}{7} = 0 \times \frac{7}{6} = \frac{0\times7}{6} = \frac{0}{6} = 0$

4) $\frac{6}{17} \div \frac{3}{5} = \frac{6}{17} \times \frac{5}{3} = \frac{6\times5}{17\times3} = \frac{2\times3\times5}{17\times3} = \frac{10}{17}$

3. ເລກສ່ວນຮ້ອຍ ແລະ ການຄິດໄລ່ເລກສ່ວນຮ້ອຍ

3.1 ຄວາມສຳນຶກກ່ຽວກັບ ເປີເຊັນ ຫຼື ສ່ວນຮ້ອຍ:

ຕົວຢ່າງ: ຮ້ານຂາຍເຄື່ອງແຫ່ງໜຶ່ງໄດ້ປະກາດ ຫຼຸດລາຄາສິນຄ້າລົງ 15 ເປີເຊັນ (15 %)

ກ. ຈົ່ງຂຽນຕື່ມໃສ່ບ່ອນຈ້ຳເມັດໃນຕາຕະລາງ

ຊະນິດສິນຄ້າ/ລາຄາ	ໂສ້ງ	ເສື້ອ	ກະໂປງ	ເສື້ອກັນໜາວ
ລາຄາເດີມ (ກີບ)	24 000	32 000	28 000	41 000
ສ່ວນຫຼຸດ 15%	3 600	....	....	....
ລາຄາຫຼຸດແລ້ວ(ກີບ)	20 400	....	....	....

ຂ. ການຄິດໄລ່ຢາກຮູ້ລາຄາ ສ່ວນຫຼຸດແຕ່ລະລາຍການ ເຮັດແນວໃດ?

ຄ. ລາຄາທີ່ຫຼຸດແລ້ວເປັນອັດຕາສ່ວນພົວພັນກັບລາຄາເດີມບໍ່? ຈົ່ງອະທິບາຍ

3.2 ເລກສ່ວນຮ້ອຍ

- ສ່ວນຮ້ອຍ ຫຼື ເປີເຊັນ ແມ່ນເລກສ່ວນໜຶ່ງ ເຊິ່ງພູດຂອງມັນເທົ່າກັບ 100 ເລື້ອຍໆ ເພິ່ນແທນຄຳວ່າ " ເປີເຊັນ ຫຼື ສ່ວນຮ້ອຍ" ດ້ວຍ % ເຊັ່ນ: 9 ເປີເຊັນ ຂຽນແທນດ້ວຍ 9% ມີຄວາມໝາຍວ່າ $\frac{9}{100}$

ກົລະນີທົ່ວໄປ : a ເປັນຈຳນວນບວກຕາມໃຈ $a\% = \frac{a}{100}$

ຂຽນເປີເຊັນເປັນເລກສ່ວນ: ຄູນເປີເຊັນກັບ $\frac{1}{100}$ ແລ້ວຄັດຈ້ອນ (ຖ້າຄັດຈ້ອນໄດ້)

ຕົວຢ່າງ1: 25% = $25 \times \frac{1}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

ຕົວຢ່າງ2: $5\ \% = \frac{5}{100} = 0{,}05$

- ວິທີການຄິດໄລ່ເລກສ່ວນຮ້ອຍ

ຢາກຄິດໄລ່ $x\%$ ຂອງຈຳນວນໜຶ່ງ ເພິ່ນຄູນຈຳນວນນັ້ນ ກັບ $\frac{x}{100}$

ຕົວຢ່າງ:

1) 15% ຂອງລາຄາໂສ້ງ 24 000 ກີບ:

$$24000 \times \frac{15}{100} = \frac{24000 \times 15}{100} = \frac{360\ 000}{100} = 3600$$

2) 30% ຂອງ 250 ແມ່ນ: $250 \times \frac{30}{100} = \frac{250 \times 30}{100} = \frac{7500}{100} = 75$

ດັ່ງນັ້ນ 30% ຂອງ 250 ແມ່ນ 75

3) 15% ຂອງເສື້ອ 32 000 ກີບ ແມ່ນ:

$$32000 \times \frac{15}{100} = \frac{32000 \times 15}{100} = \frac{48000}{100} = 480$$

II. ບົດເຝິກຫັດ

1. ຈົ່ງຄິດໄລ່ ແລະ ຄັດຈ້ອນເລກສ່ວນລຸ່ມນີ້

1/ $\frac{4}{5} + \frac{7}{10}$ 2/ $\frac{1}{3} - \frac{9}{27}$ 3/ $\frac{15}{20} - \frac{2}{8}$

4/ $\frac{13}{6} + \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$ 5/ $\frac{13}{6} - \frac{4}{5} - \frac{1}{2}$ 6/ $7 - \frac{2}{3}$

7/ $\frac{15}{4} - 2$ 8/ $1 + \frac{1}{4}$ 9/ $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5}$

10/ $\frac{3}{44} \times \frac{44}{5}$ 11/ $\frac{5}{8} \times 16$ 12/ $\left(\frac{7}{3} - \frac{4}{3}\right) \times \frac{1}{4}$

13/ $\frac{4}{7} \div \frac{2}{9}$ 14/ $1 \div \frac{4}{8}$ 15/ $\frac{8}{21} \div \frac{4}{7}$

2. ຄິດໄລ່ເລກ ກ່ຽວກັບເລກສ່ວນຮ້ອຍ
   ກ. 8 % ຂອງ 60 ເທົ່າກັບເທົ່າໃດ?
   ຂ. 15 ເທົ່າກັບ 45% ຂອງຈຳນວນໃດ?
   ຄ. 8 ເທົ່າກັບຈັກເປີເຊັນຂອງ 32?
3. ເລກໂຈດ
   1) ເຂົ້າໜົມກ້ອນໜຶ່ງ ບັນຈຸນ້ຳຕານ 12% ຈົ່ງຊອກຫາມວນສານຂອງນ້ຳຕານທີ່ຢູ່ໃນເຂົ້າໜົມ ມີມວນສານ $100\ g$, $200g$, $150g$
   2) ທ້າວ ວຽງ ຢາກໄດ້ກຳໄລ 72450 ກີບ ສຳລັບເຄື່ອງນຸ່ງໃຫ້ທີ່ຊື້ມາໃນລາຄາ 345 000 ກີບ:
      ກ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ເປີເຊັນກຳໄລ ໂດຍອີງໃສ່ລາຄາຊື້
      ຂ. ໃຫ້ຊອກຫາລາຄາຂາຍ ແລະ ເປີເຊັນກຳໄລທີ່ອີງໃສ່ລາຄາຂາຍ?
   3) ທ້າວ ມາ ຂັບລົດໄປ 24 ກິໂລແມັດ, ໄລຍະທາງນີ້ເປັນພຽງ 25 % ຂອງໄລຍະທາງທັງໝົດ ຖາມວ່າ ໄລຍະທາງທັງໝົດ ມີຈັກກິໂລແມັດ?

4) ຊາຍຄົນໜຶ່ງເອົາເງິນໄປຝາກທະນາຄານ ຈຳນວນ 500.000 ກີບ, ດ້ວຍອັດຕາດອກເບ້ຍ 6% ຕໍ່ປີ ຈົ່ງຊອກຫາ ຈຳນວນເງິນລວມທີ່ຊາຍຄົນນັ້ນໄດ້ຮັບໃນໄລຍະ 3 ປີ ໂດຍວ່າ ປີໜຶ່ງຄິດໄລ່ດອກເບ້ຍພຽງຄັ້ງດຽວ.

5) ທະນາຄານແຫ່ງໜຶ່ງ ໃຫ້ດອກເບ້ຍເງິນຝາກ 12,5% ຕໍ່ປີ. ຖ້າຕ້ອງການດອກເບ້ຍ 80.000 ກີບ ໃນປີໜຶ່ງ ຈະຕ້ອງຝາກເງິນຈັກກີບ?

ບົດທີ 8
ເລກກຳລັງ

1. ນິຍາມ

ໃຫ້ຈຳນວນ a ຕ່າງ 0 ແລະ ຈຳນວນຖ້ວນບວກ n

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots\ldots a}_{n \text{ ເທື່ອ}}$$ ອ່ານວ່າ a ຂຶ້ນກຳລັງ n

a ເອີ້ນວ່າພື້ນ ແລະ n ເອີ້ນວ່າ ຕົວກຳລັງ

ຕົວຢ່າງ: $2^3 = 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (ອ່ານວ່າ ສອງຂຶ້ນກຳລັງ 3 ເທົ່າກັບ 8)

$(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$

2. ຄຸນລັກສະນະຂອງເລກກຳລັງ

ສຳລັບທຸກໆ ຈຳນວນ a ແລະ b ຕ່າງ ສູນ, m ແລະ n ແມ່ນຈຳນວນຖ້ວນສຳພັດເຮົາຈະໄດ້:

ຄຸນລັກສະນະ	ສູດຄິດໄລ່ເລກກຳລັງ	ຕົວຢ່າງ:
ຜົນຄູນຂອງເລກກຳລັງ	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	• $5^3 \times 5^2 = 5^{3+2} = 5^5 = 3125$ • $x^2 \times x^3 \times x^5 = x^{2+3+5} = x^{10}$
ຜົນຫານຂອງເລກກຳລັງ $a \neq 0$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$,ຖ້າ $m > n$ $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$, ຖ້າ $m < n$	• $\frac{2^6}{2^4} = 2^{6-4} = 2^2 = 4$ • $\frac{3^2}{3^5} = \frac{1}{3^{5-2}} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$
ກຳລັງຂອງກຳລັງ	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	• $(2^3)^2 = 2^{3\times 2} = 2^6$ • $(a^4)^5 = a^{4\times 5} = a^{20}$
ກຳລັງຂອງຜົນຄູນ	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	• $(4 \times 5)^2 = 4^2 \times 5^2 = 16 \times 25 = 400$ • $(-4b)^3 = (-4)^3 \times b^3 = -64 \times b^3$

ກຳລັງຂອງຜົນຫານ	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$	• $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$ • $\left(\frac{-3n^3}{4}\right)^3 = \frac{(-3)^3 \times (n^3)^3}{4^3}$ $= \frac{-27(n^3)}{64} = -\frac{27n^3}{64}$

❖ ສິ່ງຄວນເອົາໃຈໃສ່: (ສູດສຳຄັນ)

1) $a^1 = a$

2) $a^{-1} = \frac{1}{a}$ ອ່ານວ່າ ຈຳນວນປີ້ນຂອງ a

3) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ອ່ານວ່າ ຈຳນວນປີ້ນຂອງ a^n

4) $a^0 = 1$

5) $0^n = 0$

3. ເລກກຳລັງພື້ນສິບ

ກ. ສຳລັບ ເປັນຈຳນວນຖ້ວນບວກ

❖ $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \ldots\ldots \times 10}_{\text{n ເທື່ອ}} = 1\,\underbrace{000\ldots..0}_{\text{n ຕົວ 0}}$

❖ $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,\underbrace{000\ldots..01}_{\text{n ຕົວຫຼັງໝາຍຈຸດ}}$

ໃນຈຳນວນ n ຕົວເລກຫຼັງໝາຍຈຸດ ຈະມີ 0 ແມ່ນ n-1 ຕົວ ແລ້ວລົງທ້າຍດ້ວຍເລກ 1.

ຕົວຢ່າງ:

- $10^1 = 10$, $10^3 = 1000$, $10^8 = 100\,000\,000$
- $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$
- $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000} = 0{,}00001$

ຂ. ການຄູນຈຳນວນໜຶ່ງກັບ 10^n

ຢາກຄູນຈຳນວນໜຶ່ງກັບ 10^n ໃຫ້ຍ້າຍໝາຍຈຸດ (,) ໄປເບື້ອງຂວາ n ຕົວເລກ

ຕົວຢ່າງ:

- $7{,}258 \times 10^2 = 725{,}8$ ຍ້າຍຈຸດໄປເບື້ອງຂວາ ສອງ ຕົວເລກ
- $0{,}0759 \times 10^3 = 75{,}9$ ຍ້າຍຈຸດໄປເບື້ອງຂວາສາມ ຕົວເລກ

ຄ. ການຄູນຈຳນວນໜຶ່ງກັບ 10^{-n}

ຢາກຄູນຈຳນວນໜຶ່ງກັບ 10^{-n} ໃຫ້ຍ້າຍໝາຍຈຸດ (,) ໄປເບື້ອງຊ້າຍ n ຕົວເລກ

ຕົວຢ່າງ:

- $520,45 \times 10^{-2}$ = 5,2045 ຍ້າຍຈຸດໄປເບື້ອງຊ້າຍ ສອງ ຕົວເລກ
- $0,58 \times 10^{-3} = 0,00058$ ຍ້າຍຈຸດໄປເບື້ອງຊ້າຍ ສາມ ຕົວເລກ

4. ບົດເຝິກຫັດ

1. ຂຽນຜົນຄູນລຸ່ມນີ້ເປັນເລກກຳລັງ

ກ. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

ຂ. $(-3) \times (-3) \times a \times a \times a \times b \times b$

ຄ. $(x+y) \times (x+y) \times (x+y) \times (x+y)$

2. ຈົ່ງຄຳນວນເລກລຸ່ມນີ້

ກ. $2^2 \times 3^3 \times 4^4$

ຂ. $2 \times (2^2)^2 \times 3^0 \times 3 \times (3^2)^3$

ຄ. $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{5}{3}\right)^3$

ງ. $2385,347 \times 10^3$

ຈ. $2385,347 \times 10^{-3}$

ພາກທີ II: ສຳນວນ ແລະ ການແກ້ໂຈດບັນຫາ

ບົດທີ 9

ສຳນວນ

1. ນິຍາມ

ສຳນວນແມ່ນແຖວຈຳນວນທີ່ມີຫຼາຍພົດຕໍ່ກັນດ້ວຍເຄື່ອງໝາຍ ບວກ (+) , ເຄື່ອງ ໝາຍ ລົບ (-) , ເຄື່ອງໝາຍ ຄູນ (x) ຫຼື ຫານ (÷)

ຕົວຢ່າງ:

$\frac{3x-1}{1-x}$; $(18+2) \div (9-4)$ ສຳນວນທີ່ເປັນຜົນຫານ

$2x^2 + 5x - 6$ ສຳນວນທີ່ເປັນຜົນບວກ

$(5-2x)(12-x)$; $(8+4)(13-5)$ ສຳນວນທີ່ເປັນຜົນຄູນ

2. ການສະແດງປະໂຫຍກຄຳເວົ້າເປັນສຳນວນພຶດຊະຄະນິດ

ຕົວຢ່າງ 1:

ມີໝາກບານ a ໜ່ວຍແຕ່ລະໜ່ວຍມີມວນສານ 150 ກຣາມ (g) ແລະ ໄມ້ຕີກ໊ອບ 1 ອັນ ມີມວນສານ 700 ກຣາມ (g) ຖາມວ່າ ມວນສານຂອງອຸປະກອນກິລາທັງສອງມີເທົ່າໃດ?

ວິທີຕອບ:

ໃຫ້ M ແມ່ນມວນສານຂອງອຸປະກອນກິລາທັງໝົດ (ຫົວໜ່ວຍເປັນ g)

ໝາກບານ 1 ໜ່ວຍ ມີມວນສານ 150 g

ໝາກບານ a ໜ່ວຍ ມີມວນສານ 150 × a = 150a

ໄມ້ຕີກອັບ 1 ອັນ ມີມວນສານ 700

ມວນສານຂອງອຸປະກອນກິລາທັງໝົດ ເທົ່າ ມວນສານຂອງໝາກບານ a ໜ່ວຍ ບວກກັບ ມວນສານຂອງໄມ້ຕີກ໊ອບ 1 ອັນ

ດັ່ງນັ້ນ, ເຮົາຈະໄດ້: M = 150 a + 700

ຕົວຢ່າງ 2:

ປຶ້ມຄະນິດສາດ x ຫົວ, ຫົວລະ 9000 ກີບ ແລະ ໄມ້ບັນທັດ y ອັນ ແຕ່ລະອັນລາຄາ 2000 ກີບ ຖາມວ່າ ລາຄາ ປຶ້ມ ແລະ ໄມ້ບັນທັດ ທັງໝົດແມ່ນເທົ່າໃດ?

<u>ວິທີຕອບ:</u>

ໃຫ້ P ແມ່ນລາຄາຂອງປຶ້ມ ແລະ ໄມ້ບັນທັດທັງໝົດ (ຫົວໜ່ວຍ ກີບ)

ປຶ້ມ 1 ຫົວ ລາຄາ 9000 ກີບ; ປຶ້ມ x ຫົວ ລາຄາ: 9000 x ກີບ

ໄມ້ບັນທັດ 1 ອັນ ລາຄາ 2000 ກີບ; ໄມ້ບັນທັດ y ອັນ ລາຄາ 2000y ກີບ

ລາຄາປຶ້ມ ແລະ ລາຄາຂອງໄມ້ບັນທັດທັງໝົດ ເທົ່າກັບ ລາຄາຂອງປຶ້ມ x ຫົວ ບວກກັບລາຄາໄມ້ບັນທັດy ອັນ ດັ່ງນັ້ນເຮົາໄດ້: 9000 x + 2000y

3. ການສະແດງສຳນວນພຶດຊະຄະນິດເປັນປະໂຫຍກຄຳເວົ້າ

ຕົວຢ່າງ1:

ໃຫ້ n ສະແດງເຖິງຈຳນວນທຳມະຊາດ

$2n$ ສະແດງເຖິງທະວີຄູນຂອງ 2 ຫຼື ຈຳນວນຄູ່

$2n$ – 1 ສະແດງເຖິງ ຈຳນວນຄີກ.

ຕົວຢ່າງ2:

ໃຫ້ a , b ແລະ h ແມ່ນລວງຍາວຂອງຂ້າງພື້ນ, ລວງສູງຂອງຮູບສີ່ແຈຂ້າງຂະໜານ ຕາມລຳດັບ ຈຳນວນຕໍ່ໄປນີ້ ສະແດງເຖິງ:

$2(a+b)$ ສອງເທື່ອຜົນບວກລະຫວ່າງລວງຍາວພື້ນກັບລວງຍາວຂ້າງ

ah ຜົນຄູນລະຫວ່າງລວງຍາວພື້ນກັບລວງສູງ

ຕົວຢ່າງ3:

ຖ້າ m ກີບ ເປັນລາຄາຂອງກະຕໍ້ຫວາຍ 1 ໜ່ວຍ ແລະ n ກີບແມ່ນລາຄາຂອງໝາກບານ ໜຶ່ງໜ່ວຍ ສຳນວນຕໍ່ໄປນີ້ ສະແດງເຖິງ:

- $5m + 2n$: ຜົນບວກລາຄາກະຕໍ້ຫວາຍ 5 ໜ່ວຍ ແລະ ໝາກບານ 2 ໜ່ວຍ
- $10m + 8n - 200$: ຊື້ກະຕໍ້ 10 ໜ່ວຍ ແລະ ໝາກບານ 8 ໜ່ວຍ, ເຈົ້າຂອງຮ້ານທອນເງິນໃຫ້ 200 ກີບ.

4. ການຄຳນວນກ່ຽວກັບຈຳນວນ

4.1 ສຳນວນທີ່ມີວົງເລັບ

ກ. ຫຼັກການຄຳນວນ:

ຢາກຄຳນວນຫາຄ່າຂອງສຳນວນທີ່ມີວົງເລັບ, ມີບວກ, ລົບ, ການຄູນ, ການຫານ ແລະ ກຳລັງ ຢູ່ນຳກັນ ກ່ອນອື່ນໝົດ ເຮົາຕ້ອງຄຳນວນເລກທີ່ຢູ່ໃນວົງເລັບເສຍກ່ອນ ຈາກນັ້ນຈຶ່ງ ຄຳນວນເລກ ກຳລັງ, ເລກຄູນ ແລະ ເລກຫານ ສຸດທ້າຍຈຶ່ງຄຳນວນ ເລກບວກ ແລະ ເລກລົບ ຕາມລຳດັບ.

ຕົວຢ່າງ01:

$$
\begin{aligned}
E &= 36 \div (3+9) - 7 + 3(8 \div 2)^3 \\
&= 36 \div 12 - 7 + 3 \times 4^3 \\
&= 36 \div 12 - 7 + 3 \times 64 \\
&= 3 - 7 + 192 \\
&= -4 + 192 \\
&= 188
\end{aligned}
$$

ຕົວຢ່າງ02:

$$
\begin{aligned}
M &= 3(2x+1) - 4(x-7) \\
&= 6x + 3 - 4x + 28 \\
&= 6x - 4x + 3 + 28 \\
&= 2x + 31
\end{aligned}
$$

ຂ. ການເອົາວົງເລັບອອກຈາກສຳນວນ

- ເມື່ອມີເຄື່ອງໝາຍບວກ(+) ຢູ່ຕໍ່ໜ້າວົງເລັບເພິ່ນສາມາດເອົາວົງເລັບອອກຈາກສຳນວນໄດ້ ໂດຍທີ່ເຄື່ອງໝາຍຢູ່ໃນວົງເລັບຍັງຄືເກົ່າ.
- ໃນເມື່ອເຄື່ອງໝາຍລົບ(-) ຢູ່ຕໍ່ໜ້າວົງເລັບເພິ່ນສາມາດເອົາວົງເລັບອອກຈາກສຳນວນໄດ້ ໂດຍການປ່ຽນເຄື່ອງໝາຍຂອງ ທຸກໆຕົວພົດທີ່ມີຢູ່ໃນ ວົງເລັບ.

ຕົວຢ່າງ01:

$$
\begin{aligned}
A &= 3 + (a - 2 + b) \\
&= 3 + a - 2 + b \\
&= 1 + a + b
\end{aligned}
$$

$B = 3 - (a - 2 + b)$

$$= \quad 3 - a + 2 - b$$
$$= \quad 5 - a - b$$

ຄ. ການຄຳນວນ ສຳນວນທີ່ບໍ່ມີວົງເລັບ

ການຄຳນວນ ສຳນວນທີ່ບໍ່ມີວົງເລັບ ເຊິ່ງມີ ການບວກ, ການລົບ, ການຄູນ, ການຫານ ແລະ ເລກກຳລັງຢູ່ນຳກັນ ກ່ອນອື່ນເຮົາ ຕ້ອງຄຳນວນເລກກຳລັງສາກ່ອນ ຕໍ່ມາຄຳນວນເລກຄູນ, ເລກຫານ ສຸດທ້າຍຈຶ່ງຄຳນວນເລກບວກ, ເລກລົບຕາມລຳດັບ.

ຕົວຢ່າງ:

$$M \quad = 3 \times 5^2 \ \times 2 - \frac{2^2}{4} \ + 6$$
$$= 3 \ \times 25 \times 2 - \frac{4}{4} + 6$$
$$= \quad 150 - 1 + 6$$
$$= \quad 155$$

5. ການຄິດໄລ່ຄ່າຂອງສຳນວນ

ຕົວຢ່າງ 1: ລວງຮອບຂອງຮູບ 4 ແຈ ຂ້າງຂະໜານ ສະແດງດ້ວຍສຳນວນ $E \ = 2(a + b)$ ຈົ່ງຊອກຫາລວງຮອບຂອງມັນ

ກ. ເມື່ອຮູ້ $a \ = \ 4; b = \ 6$

ຂ. ເມື່ອຮູ້ $a \ = 12\ cm; \ \ b \ = \ 18\ cm$

ບົດແກ້:

ເພື່ອຢາກຄິດໄລ່ຄ່າຂອງສຳນວນ ເຮົາແທນຄ່າຂອງ a ແລະ b ເຂົ້າສຳນວນ ແລ້ວຄິດໄລ່

ກ. $E \ = 2(a + b)$

$= 2(4 + 6)$

$= \ 20$ (ຫົວໜ່ວຍລວງຍາວ)

ຂ. $E \ = 2(a + b)$

$= 2(12\ cm + 18\ cm)$

$= 2 \times 30\ cm$

$= 60\ cm$

ຕົວຢ່າງ 2: ທະນາຄານຄິດໄລ່ດອກເບ້ຍ ດ້ວຍສູດ : $\mathrm{I} \ = \ \frac{\mathrm{PRT}}{100}$

ເຊິ່ງວ່າ I ແມ່ນດອກເບ້ຍ,

P ແມ່ນ ຈຳນວນເງິນທີ່ຝາກ (ທຶນ),

R ແມ່ນອັດຕາດອກເບ້ຍ .

T ແມ່ນໄລຍະເວລາການຝາກເງິນ

ຖ້າ ທ້າວ ວັນທອງ ຝາກເງິນ 5 000 000 ກີບ, ດ້ວຍອັດຕາດ້ວຍອັດຕາດອກເບ້ຍ 8% ຕໍ່ປີ ເມື່ອຄົບໜຶ່ງປີ ລາວຈະໄດ້ດອກເບ້ຍເທົ່າໃດ?

ບົດແກ້:

ຈາກ ສູດ: $\mathrm{I} = \frac{\mathrm{PRT}}{100}$ ເມື່ອ P = 5 000 000 ກີບ, R = 8% ແລະ T = 1 ປີ

ເຮົາຈະໄດ້:

$$\mathrm{I} = \frac{5000000 \times 8 \times 1}{100}$$

$$= 400\,000 \text{ ກີບ}$$

6. ການແຍກສ່ວນຄູນໃນສຳນວນ

1) ການຂະຫຍາຍຜົນຄູນ

- ຢາກຄູນຈຳນວນໜຶ່ງ ກັບຜົນບວກ ເຮົາຄູນຈຳນວນນັ້ນ ກັບແຕ່ລະພົດຂອງຜົນບວກ ແລ້ວບວກຜົນໄດ້ຮັບເຂົ້າກັນ.

ກົດເກນແຈກສ່ວນ :

- $k\,(a+b) = ka + kb$
- $k\,(a-b) = ka - kb$

ຕົວຢ່າງ 1: ຄິດໄລ່ສຳນວນ

$\mathrm{F} = 3(x-1) - 5(x+1) + x$

$\mathrm{F} = 3x - 3 \times 1 - 5 \times x - 5 \times 1 + x$

$\mathrm{F} = 3x - 3 - 5x - 5 + x$

$= 3\mathrm{x} - 5\mathrm{x} + \mathrm{x} - 3 - 5$

$= -x - 8$

ຕົວຢ່າງ2:

$\mathrm{A} = 3(2\mathrm{x} + 3\mathrm{y}) - (\mathrm{x} + 5\mathrm{y})$

$= 6x + 9y - x - 5y$

$= 6x - x + 9y - 5y$

$= 5x + 4y$

- ຢາກຄູນຜົນບວກກັບຜົນບວກ ເຮົາຄູນແຕ່ລະພົດຂອງຜົນບວກທຳອິດກັບຜົນບວກທີສອງແລ້ວຄູນແຕ່ລະສ່ວນຄູນກັບຜົນບວກນັ້ນ ແລ້ວຈຶ່ງບວກຜົນໄດ້ ຮັບນຳກັນ

$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d)$$

$$= ac + ad + bc + bd$$

$$(a+b)(c+d+e) = a(c+d+e) + b(c+d+e)$$

$$= ac + ad + ae + bc + bd + be$$

‘

ຕົວຢ່າງ:

$$
\begin{aligned}
(5x-1)(4-x) &= 5x(4-x)-1(4-x)\\
&= 20x-5x^2-4+x\\
&= -5x^2+21x-4
\end{aligned}
$$

2) ການແຍກສຳນວນທີ່ເປັນຜົນບວກອອກເປັນສ່ວນຄູນ

ການແຍກຜົນບວກອອກເປັນສ່ວນຄູນ ແມ່ນການປ່ຽນຜົນບວກໃຫ້ເປັນຜົນຄູນແຕ່ຄ່າຂອງສຳນວນຍັງຄືເກົ່າ ໂດຍການແຍກເອົາສ່ວນຄູນຮ່ວມອອກເປັນສ່ວນຄູນ.

ຜົນບວກ	ສ່ວນຄູນ	ຜົນຄູນ
$ka+kb$	k	$k(a+b)$
$ka-kb$	k	$k(a-b)$
$ka-kb+kc$	k	$k(a-b+c)$

- ຂໍ້ສັງເກດ: ໃຫ້ເຮົາຖືວ່າ: $\mathrm{k}=1\times\mathrm{k}$ ເຊັ່ນວ່າ:

  $\mathrm{ka}+\mathrm{k} = \mathrm{k}(\mathrm{a}+1)$

  $\mathrm{ka}-\mathrm{k}=\mathrm{k}(\mathrm{a}-1)$

- ຕົວຢ່າງ
  1) $x+2x+3x+4x=x(1+2+3+4)=10x$; x ເປັນສ່ວນຄູນ
  2) $2n(n+1)-2n(2-n)$ ເຮົາມີ $2n$ ເປັນສ່ວນຄູນ ເຮົາໄດ້

     $2n[(n+1)-(2-n)]$

     $2n[n+1-2+n]$

     $2n\,(2n-1)$

7. ບົດເຝິກຫັດ

1) ຈົ່ງສະແດງປະໂຫຍກຄຳເວົ້າລຸ່ມນີ້ ໃຫ້ເປັນສຳນວນພຶດຊະຄະນິດ

   ກ. ລາຄາສໍດຳ x ກ້ານ, ກ້ານລະ 1000 ກີບ ແລະ ບິກ y ກ້ານ ກ້ານລະ 1500 ກີບ

   ຂ. ເງິນທອນທີ່ທ້າວ ຄຳຊື້ປື້ມແບບຮຽນຄະນິດສາດ 3 ຫົວ, ຫົວລະ x ກີບ , ຮູ້ວ່າ ລາວເອົາເງິນໃບ 50 000 ກີບໄປໃຫ້ແມ່ຄ້າ.

ຄ. ຊື້ເຂົ້າສານ x ກິໂລກຣາມ, ກິໂລລະ 5000 ກີບ ແມ່ຄ້າໃຈດີຫຼຸດໃຫ້ 2000 ກີບ.

2) ປະໂຫຍກລຸ່ມນີ້ສະແດງເຖິງຫຍັງ ເມື່ອ n ເປັນຈຳນວນທຳມະຊາດ

ກ. $3n$ ຂ. $3n + 1$

3) ລາຄາໂສ້ງໜຶ່ງຜືນ ແມ່ນ m ແລະ n ແມ່ນລາຄາເສື້ອຜືນໜຶ່ງ ສຳນວນຕໍ່ໄປນີ້ສະແດງເຖິງຫຍັງ?

ກ. $m + n$

ຂ. $2m + 3n$

4) ຈົ່ງຄິດໄລ່ຄ່າຂອງສຳນວນລຸ່ມນີ້:

ກ. $A = -(251 \times 3 + 281) + 3 \times 251 - (1 - 28)$

ຂ. $B = -\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right)$

5) ຈົ່ງເອົາວົງເລັບອອກຈາກສຳນວນແລ້ວຄິດໄລ່

ກ. $A = 12 - (a - b) + (8 - b)$

ຂ. $B = 3(2x + 1) - 4(x - 7)$

ຄ. $C = (6 - a) + (9 + a) - (12 - a)$

ງ. $\mathrm{D} = -(\mathrm{b} - 2\mathrm{b}) + 2(\mathrm{b} - \mathrm{a}) - 5(5 - \mathrm{b})$

6) ຈົ່ງຄິດໄລ່ຜົນຄູນລຸ່ມນີ້

ກ. $(1 - x)(1 + x + x^2)$

ຂ. $\left(\frac{3x-12}{4x^2-8}\right)\left(\frac{2x^2-4}{9x-36}\right)$

ຄ. $\left(\frac{5+n}{5-n}\right)\left(\frac{n-5}{n+5}\right)$

7) ຈົ່ງຊອກຫາສ່ວນຄູນຮ່ວມຂອງສຳນວນລຸ່ມນີ້

ກ. $x(-1) - 2x(x - 2)$ ຂ. $m(x + y) + n(x + y)$

ຄ. $10 + 15 + 25 + 35$; ງ. $3 + 6 + 9 + 15$

8) ຈົ່ງແຍກສຳນວນລຸ່ມນີ້ອອກເປັນສ່ວນຄູນ

ກ. $7x + 7y$; ຂ. $3a + 3b + 3c$; ຄ. $5a^2 - 10a^3 + 15a^4$

ບົດທີ 10
ສົມຜົນ ແລະ ອະສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີໜຶ່ງຕົວລັບ

I. ສະເໝີຜົນ

1. **ນິຍາມ:** ສະເໝີຜົນແມ່ນສອງຈຳນວນທີ່ຕໍ່ກັນດ້ວຍເຄື່ອງໝາຍ “ = ” ແລະ ມັນເປັນຈິງສຳລັບ ທຸກໆ ຄ່າຂອງຕົວອັກສອນ

   ຕົວຢ່າງ: 1) $3 + 1 = 4$

   2) $(3+1) + a = 4 + a$

   3) $2 + 7 = 4 + 5$

2. **ຄຸນລັກສະນະຂອງສະເໝີຜົນ:**

   - ເມື່ອບວກ 2 ພາກຂອງສະເໝີຜົນກັບຈຳນວນດຽວກັນ ເຮົາຈະໄດ້ສະເໝີຜົນໃໝ່ ທຽບເທົ່າກັບສະເໝີຜົນເດີມ ໝາຍວ່າ:
     ສຳລັບທຸກໆ ຈຳນວນ a, b, c ຖ້າ $a = b$ ເຮົາຈະໄດ້ $a + c = b + c$
   - ເມື່ອຄູນທັງສອງພາກຂອງສະເໝີຜົນກັບຈຳນວນດຽວກັນ ເຮົາຈະໄດ້ສະເໝີຜົນໃໝ່ ທຽບເທົ່າກັບສະເໝີຜົນເດີມ ໝາຍວ່າ:
     - ສຳລັບ ທຸກໆ ຈຳນວນ a, b, c ຖ້າ $a = b$ ເຮົາຈະໄດ້ $a \times c = b \times c$
     - ສຳລັບ ທຸກໆ ຈຳນວນ a, b ແລະ $c = 0$ ຖ້າ $a = b$ ເຮົາຈະໄດ້ $a \times \frac{1}{c} = b \times \frac{1}{c}$
   - ເມື່ອບວກ ພາກຕໍ່ພາກຂອງສອງສະເໝີຜົນນຳກັນ ເຮົາຈະໄດ້ສະເໝີຜົນໃໝ່ ທຽບເທົ່າກັບສະເໝີຜົນເດີມ.

   - ສຳລັບ ທຸກໆ ຈຳນວນ a, b, c ຖ້າ $a = b$,ແລະ $c = d$ ເຮົາຈະໄດ້: $a + c = b + d$

ຕົວຢ່າງ: 1.) $3 + 1 = 4$

2.) $(3+1)+\ a\ =4+a$

3.) 2 + 7 = 4 + 5

3. ສະເໝີພົບຄວນຈື່

- $(a+b)^2 \quad = \ a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2 \quad = \ a^2-2ab+b^2$
- $(a+b)(a-b) \ = \ a^2-b^2$
- $(a+b+c)^2 \quad = \ a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

ຕົວຢ່າງ: [illegible]

1) $(2x-7)^2 \ = \ (2x)^2-2\times 2x\times 7+7^2$

$\qquad\qquad = \ 4x^2-28x+49$

2) $(3+x)^2 \ = \ 3^2+\ 2\times 3\times x+x^2 \ = \ 9+6x+\ x^2$

3) $(3x+2)(3x-2) \ = \ (3x)^2-(2)^2 \ = \ 9x^2-4$

II. ສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງທີ່ມີໜຶ່ງຕົວລັບ

1. ນິຍາມ

ສະເໝີພົບທີ່ປະກອບດ້ວຍຈຳນວນໜຶ່ງທີ່ບໍ່ທັນຮູ້ເອີ້ນວ່າ: “ ສົມຜົນ ” ຊຶ່ງສະແດງດ້ວຍຕົວອັກສອນ ຈຳນວນທີ່ບໍ່ທັນຮູ້ ເອີ້ນວ່າ “ ຕົວລັບຂອງສົມຜົນ”

ຕົວຢ່າງ:

- $3x-4=2$
- $2x+10=0$
- $5x-9=x+7$

2. ຮູບຮ່າງຂອງສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີໜຶ່ງຕົວລັບ

$ax+b=c$, ໃນນັ້ນ $a\neq 0$, a,b,c ແມ່ນຈຳນວນທີ່ຮູ້ແລ້ວ

ຕົວຢ່າງ:

$2x\ +6 \ = \ 6$; $\qquad 3x-1 \ =x+5$

3. ການແກ້ສົມຜົນ

ກ) ການແກ້ສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີໜຶ່ງຕົວລັບ ຮູບແບບ $ax+b=c$, ໃນນັ້ນ a#0

ໂດຍທົ່ວໄປແລ້ວ ເພິ່ນໃຊ້ຄຸນລັກສະນະຂອງສະເໝີຜົນເພື່ອແກ້:

ຕົວຢ່າງ:

1) $x + 6 = 6$

$x + 6 - 6 = 6 - 6$

$x = 0$

2) $3x - 1 = x + 5$

$3x - x = 5 + 1$

$2x = 6$

$x = \frac{6}{2} = 3$

ຂ) ການແກ້ສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີໜຶ່ງຕົວລັບ ບາງກໍລະນີສົມຜົນບໍ່ມີໃຈຜົນ ຫຼື ບາງກໍລະນີມີໃຈຜົນບໍ່ສິ້ນສຸດ

ຕົວຢ່າງ:

ກໍລະນີ ສົມຜົນບໍ່ມີໃຈຜົນ	ກໍລະນີ ສົມຜົນມີຫຼາຍໃນຜົນບໍ່ສິ້ນສຸດ
$4x + 5 = 6 - 4(1 - x)$ $4x + 5 = 6 - 4 + 4x$ $4x - 4x = 2 - 5$ $0 \times x = -3$ ສົມຜົນ ດັ່ງກ່າວ ຊຶ່ງພາຍຫຼັງແກ້ແລ້ວ ມີຮູບຮ່າງ $0 \times x = a$ ບໍ່ມີໃຈຜົນ ເພາະວ່າ ບໍ່ສາມາ ດຊອກຄ່າໃດຂອງ x ເພື່ອຄູນກັບ 0 ແລ້ວຈະເທົ່າຈຳນວນ a (ເຊັ່ນ: - 3 ຄືຂ້າງເທິງ)	$2x + 3 = 3(x - 2) - x + 9$ $2x + 3 = 3x - 6 - x + 9$ $2x - 2x = 3 - 3$ $0 \times x = 0$ ສົມຜົນນີ້ ມີຫຼາຍໃຈຜົນບໍ່ສິ້ນສຸດ ເພາະວ່າ: ທຸກໆ ຄ່າຂອງ x ຄູນ ແລ້ວຈະເທົ່າ ກັບ 0

3) ສົມຜົນຮູບແບບ $(\mathbf{A}) \times (\mathbf{B}) = \mathbf{0}$

ຜົນຄູນເທົ່າສູນ $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$ ຖ້າໜຶ່ງໃນບັນດາສ່ວນຄູນຂອງມັນເທົ່າສູນ ໝາຍວ່າອາດຈະແມ່ນ ແມ່ນ $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ **ຫຼື** B = 0

ດັ່ງນັ້ນ ການແກ້ສົມຜົນຮູບແບບດັ່ງກ່າວ ເຮົາຕ້ອງຊອກຄ່າຂອງ x ໂດຍໃຫ້ $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ ແລະ B = 0

ໃນນັ້ນ ຕ້ອງແມ່ນ $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ **ຫຼື** **B = 0**

ຕົວຢ່າງ1: ສົມຜົນ $(x - 2)(x + 1) = 0$ ໃນນັ້ນຕ້ອງແມ່ນ:

- $(x - 2) = 0$ ໝາຍວ່າ : $x = 2$
- $(x + 1) = 0$ ໝາຍວ່າ : $x = -1$

ຕົວຢ່າງ2: $3x(5x - 10) = 0$ ໝາຍວ່າ:

- $3x = 0 \rightarrow x = \frac{0}{3} = 0$, $x = 0$ ໃຈຜົນທີ 1
- $5x - 10 = 0 \rightarrow 5x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{5} = 2$, $x = 5$ ໃຈຜົນທີ 2

ຕົວຢ່າງ 3: $(x - 2)(x + 3) = (x - 2)$

ບົດແກ້: ກ່ອນອື່ນເຮົາຕ້ອງຂຽນສົມຜົນດັ່ງກ່າວ ໃຫ້ເປັນຮູບແບບ $(\mathrm{A}) \times (\mathrm{B}) = 0$ ໂດຍການແຍກເປັນສ່ວນຄູນ

ຈາກ $(x - 2)(x + 3) = (x - 2)$

$(x - 2)(x + 3) - (x - 2) = 0$

$(\mathrm{x} - 2)[(\mathrm{x} + 4) - 1] = 0$

$(x - 2)(x - 3) = 0$ ສະນັ້ນ

- $(x - 2) = 0 \rightarrow x = 2$
- $x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$

4. ການແກ້ເລກໂຈດດ້ວຍສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີໜຶ່ງຕົວລັບ

ກ. ຂັ້ນຕອນການແກ້ໂຈດ

1. ເລືອກຕົວລັບ ພ້ອມທັງວາງເງື່ອນໄຂຂອງມັນ
2. ເອົາຕົວລັບ ແລະ ອາການທີ່ຮູ້ແລ້ວສ້າງອາການທີ່ບໍ່ຮູ້
3. ສ້າງສົມຜົນ
4. ແກ້ສົມຜົນ
5. ກວດຄືນໃຈຜົນທີ່ໄດ້ຮັບ ແລ້ວໃຫ້ຄຳຕອບ

ຂ. ຕົວຢ່າງ

ຕົວຢ່າງ1: ນາງ ສຸພາພອນ ມີເງິນ 10 800 ກີບ, ທ້າວ ເພັດສະໝອນມີເງິນ 9 300 ກີບ ທັງສອງຄົນໄປຊື້ປຶ້ມຄະນິດສາດຜູ້ລະຫົວ ຮູ້ວ່າເງິນທີ່ເຫຼືອຂອງ ນາງ ສຸພາພອນເທົ່າກັບ ສອງເທື່ອຂອງເງິນທີ່ເຫຼືອຂອງທ້າວ ເພັດສະໝອນ ຖາມວ່າ ລາຄາປຶ້ມຄະນິດສາດແມ່ນເທົ່າໃດ?

ບົດແກ້:

- ເລືອກຕົວລັບ ແລະ ວາງເງື່ອນໄຂ:

  -ວາງ x ແມ່ນລາຄາປຶ້ມຄະນິດສາດ (ກີບ) , x ເປັນຈຳນວນບວກ
- ສ້າງອາການທີ່ບໍ່ທັນຮູ້
  - ເງິນຂອງ ນາງ ສຸພາພອນເຫຼືອ ແມ່ນ : 10 800 - x
  - ເງິນເຫຼືອ ຂອງ ທ້າວ ເພັດສະໝອນ : 9 300 – x
- ສ້າງສົມຜົນ

  ຮູ້ວ່າ ເງິນທີ່ເຫຼືອຂອງ ນາງ ສຸພາພອນ ເທົ່າສອງເທື່ອຂອງ ທ້າວ ພັດສະໝອນ

  ເຮົາຈະໄດ້ສົມຜົນດັ່ງນີ້:

  $10800 - x = 2(9300 - x)$
- ແກ້ສົມຜົນ

  $$\begin{aligned} 10800 - x &= 2(9300 - x) \\ 10800 - x &= 18600 - 2x \\ -x + 2x &= 18600 - 108000 \\ x &= 7800 \end{aligned}$$

- ກວດຄືນໃຈຜົນ

  $$\begin{aligned} 10800 - x &= 2(9300 - x) \\ 10800 - 7800 &= 2(9300 - 7800) \\ 3000 &= 2 \times 1500 \\ 3000 &= 3000 \end{aligned}$$

  ດັ່ງນັ້ນ, ລາຄາຂອງປຶ້ມຄະນິດສາດ ແມ່ນ 7800 ກີບ.

ຕົວຢ່າງ2: ຈົ່ງຊອກຫາ ສາມ ຈຳນວນຖ້ວນທີ່ຕິດຕໍ່ກັນ ທີ່ມີຜົນບວກເທົ່າ 78

- ເລືອກຕົວລັບ ແລະ ວາງເງື່ອນໄຂ:

  - ວາງ x ແມ່ນຈຳນວນທີ່ໜຶ່ງ x ເປັນຈຳນວນບວກ

- ສ້າງອາການທີ່ບໍ່ທັນຮູ້
  - ຕາມເງື່ອນໄຂຂອງບົດເລກ ເຮົາຈະໄດ້ $x + 1$ ແມ່ນຈຳນວນທີ່ສອງ
  - ເຮົາຈະໄດ້ $(x + 1) + 1 = x + 2$ ແມ່ນຈຳນວນທີ່ສາມ.

- ສ້າງສົມຜົນ
  ອີງຕາມເງື່ອນໄຂບົດເລກ ຜົນບວກຂອງ ສາມຈຳນວນເທົ່າ 78, ເຮົາຈະໄດ້ສົມຜົນດັ່ງນີ້:
  $x + (x + 1) + (x + 2) = 78$

- ແກ້ສົມຜົນ
  $x + (x + 1) + (x + 2) = 78$
  $x + x + 1 + x + 2 = 78$
  $3x + 3 = 78$
  $3x = 78 - 3 = 75$
  $x = \frac{75}{3} = 25$
  ດັ່ງນັ້ນ ຈຳນວນທີ 1 ແມ່ນ: 25
  ຈຳນວນທີ 2: ແມ່ນ 25 + 1 = 26
  ຈຳນວນທີ 3: ແມ່ນ: 25 + 2= 27

- ກວດຄືນໃຈຜົນ

$$25 + 26 + 27 = 78$$

ດັ່ງນັ້ນ ສາມຈຳນວນຕິດຕໍ່ກັນ ທີ່ມີຜົນບວກເທົ່າ 78 ແມ່ນ: 25, 26 ແລະ 27

III. ອະສະເໝີຜົນ ແລະ ຄຸນລັກສະນະ

1. **ນິຍາມ:** ອະສະເໝີຜົນແມ່ນ ສອງຈຳນວນ ຫຼື ສອງສຳນວນ ທີ່ບໍ່ເທົ່າກັນ ຕິດຕໍ່ກັນດ້ວຍເຄື່ອງໝາຍ $>, <, \geq, \leq$

ຕົວຢ່າງ: $5 > -8$; $-9 < -4$; $a + b > c$

2. **ຄຸນລັກສະນະຂອງອະສະເໝີຜົນ:**

ໃຫ້ a, b , c ແມ່ນຈຳນວນຈິງ ເຮົາຈະໄດ້:

ຄຸນລັກສະນະ	ຕົວຢ່າງ
1) ຖ້າ $a < b$ ແລະ$b < c$ ເຮົາຈະໄດ້ $a < c$	$2 < 5$ ແລະ $5 < 9$ ເຮົາຈະໄດ້ $2 < 9$
2) ຖ້າ $a < b$ ແລະ ເຮົາຈະໄດ້ $a + c < b + c$	$2 < 5$ ເຮົາຈະໄດ້ $2 + 3 < 5 + 3$

3) ຖ້າ $a < b$ ແລະ ເຮົາຈະໄດ້ $a - c < b - c$	$6 < 10$ ເຮົາຈະໄດ້ $6 - 3 < 10 - 3$
4) ຖ້າ $a < b$ ແລະ $c > 0$ ເຮົາຈະໄດ້ $a \times c < b \times c$ ຖ້າ $a < b$ ແລະ $c < 0$ ເຮົາຈະໄດ້ $a \times c > b \times c$	$3 < 7$ ເຮົາຈະໄດ້ $3 \times 3 < 7 \times 3$ $2 < 4$ ເຮົາຈະໄດ້ $2 \times (-3) > 4 \times (-3)$
5) ຖ້າ $a < b$ ແລະ $c > 0$ ເຮົາຈະໄດ້ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ຖ້າ $a < b$ ແລະ $c < 0$ ເຮົາຈະໄດ້ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$	$2 < 4$ ເຮົາຈະໄດ້ $\frac{2}{3} < \frac{4}{3}$ $2 < 4$ ເຮົາຈະໄດ້ $\frac{2}{-3} > \frac{4}{-3}$

IV. ອະສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີໜຶ່ງຕົວລັບ

1. ນິຍາມ

ອະສະເໝີຜົນ $ax + b > c$; $ax + b \geq c$; $ax + b < c$; $ax + b \leq c$ ເຊິ່ງປະກອບດ້ວຍ ຈຳນວນໜຶ່ງທີ່ບໍ່ທັນຮູ້ ເອີ້ນວ່າ: ອະສະເໝີຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີໜຶ່ງຕົວລັບ.a, b, c ເປັນຈຳນວນທີ່ຮູ້ແລ້ວ ແລະ a ຕ່າງ 0 ($a \neq 0$)

x ແມ່ນຈຳນວນທີ່ບໍ່ທັນຮູ້ເຊິ່ງເອີ້ນວ່າ "ຕົວລັບ" . ຄ່າຂອງ x ທີ່ຕອບສະໜອງກັບອະສົມຜົນເປັນຈິງ ເອີ້ນວ່າ: 'ໃຈຜົນຂອງອະສົມຜົນ.

2. ການແກ້ອະສົມຜົນ

ເພິ່ນນຳໃຊ້ຄຸນລັກສະນະຂອງອະສະເໝີຜົນ ເພື່ອແກ້ອະສົມຜົນ ໃນກໍລະນີອະສົມຜົນ ເປັນເລກສ່ວນ ເຮົາຕ້ອງຂຶ້ນພູດຮ່ວມກ່ອນແລ້ວຈຶ່ງຄັດພູດອອກ.

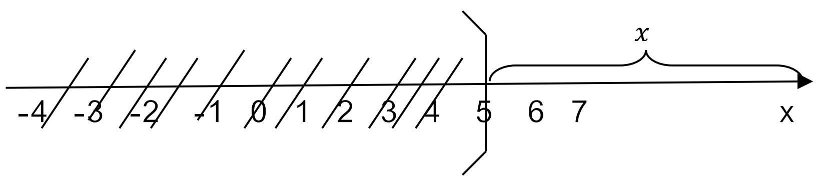
ຕົວຢ່າງ:

1) $x + 3 > 8$ ເຮົາບວກ ທັງສອງພາກຂອງອະສະເໝີຜົນກັບ (-3)

$x + 3 + (-3) > 8 + (-3)$ ເຮົາຈະໄດ້

$x > 5$

ຄ່າຂອງ x ສາມາດສະແດງໃສ່ແກນຈຳນວນດັ່ງນີ້:



ຫຼື ສະແດງດ້ວຍກຸ່ມໃຈຜົນຄື: $S =]5; +\infty[$

2) ແກ້ອະສົມຜົນ $\frac{1}{3}x + 2 < \frac{2}{5}x + 3$

ບົດແກ້:

$\frac{1}{3}x + 2 < \frac{2}{5}x + 3$ ຂຶ້ນພູດຮ່ວມ, ພູດຮ່ວມແມ່ນ 15 ເຮົາຈະໄດ້

$\frac{5\times x}{5\times 3} + \frac{15\times 2}{15\times 1} < \frac{3\times 2x}{3\times 5} + \frac{15\times 3}{15\times 1}$

$\frac{5x}{15} + \frac{30}{15} < \frac{6x}{15} + \frac{45}{15}$ ຄັດຈ້ອນພູດເຮົາຈະໄດ້

$5x + 30 < 6x + 45$ ຍ້າຍຈຳນວນທີ່ມີຕົວລັບໄປພາກໜຶ່ງ, ໃຫ້ຕົວເລກຢູ່ພາກໜຶ່ງ

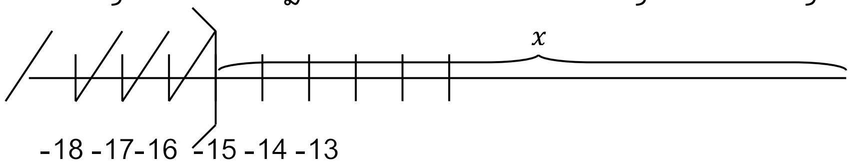
$5x - 6x < 45 - 30$

$-x < 15$ ຄູນທັງສອງພາກ ກັບ (-1) ແລະສະເໝີຜົນຈະປ່ຽນເຄື່ອງໝາຍ

$-x \times (-1) > 15 \times (-1)$

$x > -15$

ສະແດງວ່າ ຈຳນວນທີ່ຫຼາຍກວ່າ -15 ແມ່ນໃຈຜົນຂອງອະສົມຜົນຂ້າງເທິງ



ຫຼື ກຸ່ມໃຈຜົນຂອງອະສົມຜົນຂ້າງເທິງແມ່ນ: $S =]-15; +\infty[$

3) ແກ້ອະສົມຜົນ $x + 3 \leq x - 5$ ຍ້າຍເບື້ອງ

$x - x \leq -5 - 3$

$0 \times x \leq -8$

ໝາຍຄວາມວ່າ $0 \leq -8$ ສຳລັບທຸກໆ ຄ່າຂອງ x , ດັ່ງນັ້ນ ມັນເປັນໄປບໍ່ໄດ້

ສະແດງວ່າ ອະສົມຜົນ ຂ້າງເທິງ ບໍ່ມີໃຈຜົນ ເພິ່ນຂຽນ

$S = \emptyset$

3. ການແກ້ໂຈດກ່ຽວກັບອະສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີໜຶ່ງຕົວລັບ

3.1 ຫຼັກການລວມໃນການແກ້ບົດເລກໂຈດ

1. ເລືອກຕົວລັບ ແລະ ວາງເງື່ອນໄຂຂອງຕົວລັບ
2. ສ້າງອາການທີ່ບໍ່ທັນຮູ້
3. ສ້າງອະສົມຜົນຕາມເງື່ອນໄຂ ບົດເລກໂຈດ
4. ແກ້ອະສົມຜົນທີ່ສ້າງໄດ້
5. ກວດຄືນໃຈຜົນທີ່ຊອກໄດ້ ໃຫ້ເໝາະສົມກັບບົດເລກ ແລ້ວຕອບ.

3.2 ບົດເລກຕົວຢ່າງ:

ຕົວຢ່າງ1: ໃຫ້ຈຳນວນໜຶ່ງ, ຖ້າເພິ່ນເອົາ $\frac{2}{3}$ ຂອງຈຳນວນນັ້ນມາລົບກັບ $\frac{1}{4}$ ຂອງຈຳນວນດັ່ງກ່າວ ຈະເຫັນວ່າ ຜົນລົບຂອງພວກມັນໜ້ອຍກວ່າ 120, ຈົ່ງຊອກຫາຈຳນວນນັ້ນ.

ວິທີແກ້:

ກ. ຄັດເລືອກຕົວລັບ

- ວາງ x ແມ່ນຈຳນວນທີ່ຕ້ອງການຊອກຫາ

ຂ. ສ້າງອາການທີ່ບໍ່ທັນຮູ້

- $\frac{2}{3}$ ຂອງຈຳນວນນັ້ນ ຈະແມ່ນ: $\frac{2}{3}x$
- $\frac{1}{4}$ ຂອງຈຳນວນນັ້ນ ຈະແມ່ນ: $\frac{1}{4}x$

ຄ. ສ້າງອະສົມຜົນ

ຕາມເງື່ອນໄຂຂອງບົດເລກເຮົາຈະໄດ້:

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x < 120$$

ງ. ແກ້ອະສົມຜົນ

$$4 \times 2x - 3 \times x < 12 \times 120$$
$$8x - 3x < 1440$$
$$5x < 1440$$
$$x < \frac{1440}{5}$$
$$x < 288$$

ດັ່ງນັ້ນ, ຈຳນວນທີ່ຕ້ອງການຊອກແມ່ນ ທຸກໆ ຈຳນວນທີ່ໜ້ອຍກວ່າ 288.

ຕົວຢ່າງ02: ນາງຕຸກຕາຊື້ໝາກລະມຸດຈຳນວນໜຶ່ງ, ຫຼັງຈາກລາວກິນໝາກລະມຸດແລ້ວ 5 ໜ່ວຍ,ເຫັນວ່າໝາກລະມຸດທີ່ລາວຊື້ມາເຫຼືອບໍ່ຮອດ 10 ໜ່ວຍ. ຖາມວ່າ ໝາກລະມຸດທີ່ນາງຕຸກຕາຊື້ມາມີທັງໝົດຈັກໜ່ວຍ ?

ບົດແກ້

ກ. ຄັດເລືອກຕົວລັບ

ວາງ x ແມ່ນຈຳນວນໝາກລະມຸດທີ່ນາງ ຕຸກຕາຊື້, $x > 5$ ແລະ $x \in \mathbb{N}$

ຂ.ສ້າງອາການທີ່ບໍ່ທັນຮູ້

ກິນໝາກລະມຸດແລ້ວ 5 ໜ່ວຍ ແມ່ນ $x - 5$

ຄ. ສ້າງອະສົມຜົນ: ຕາມເງື່ອນໄຂຂອງບົດເລກມີ:

$$x - 5 < 10$$

໑. ແກ້ອະສົມຜົນ

$x - 5 < 10$

$x < 10 + 5$

$x < 15$

ດັ່ງນັ້ນ, ຈຳນວນໝາກລະມຸດທີ່ ນາງ ຕຸກຕາຊື້ມາ ຈະໜ້ອຍກວ່າ 15 ໜ່ວຍ ແລະ ຫຼາຍກວ່າ 5 ໜ່ວຍ.

V. ບົດເຝິກຫັດ

1. ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນຕໍ່ໄປນີ້
   1) $\frac{1}{2}(x+3) = 1$
   2) $\frac{x+5}{2} = 11$
   3) $30x = 156$
   4) $(x+3)(x-5) = x-5$
   5) $10^2 x = 10^3$

2. ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນ ຮູບແບບ A x B = 0 ລຸ່ມນີ້:
   1) $(x+3)(x-5) = 0$
   2) $2x(2x-1)(2x-2) = 0$
   3) $4x(2x-3) = 2x-3$

3. ຈົ່ງແກ້ ອະສົມຜົນລຸ່ມນີ້ ແລ້ວ ສະແດງໃຈຜົນໃສ່ແກນຈຳນວນ:
   1) $x - 8 > 6$
   2) $-3(x+1) > 12$
   3) $14 - 2x \leq 24 - 6x$
   4) $3x + 10 < 25$
   5) $2(7-8x) \geq 14x - 46$

4. ບົດເລກໂຈດ:

   4.1) ບົດເລກໂຈດ ກ່ຽວກັບ ສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງ ມີໜຶ່ງຕົວລັບ

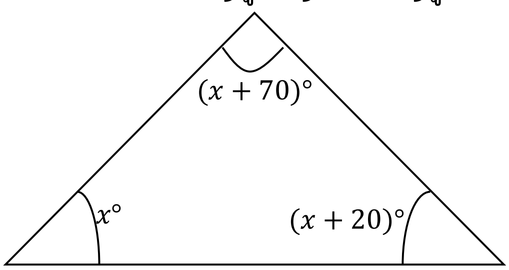
1) ຄອບຄົວຂອງ ທ້າວ ສອນໄຊ ລ້ຽງນົກກາງແກ ແລະ ກະຕ່າຍ ລວມກັນທັງໝົດ 30 ໂຕ, ຖ້ານັບຈຳນວນຕີນ ລວມກັນໄດ້ທັງໝົດ 84 ຕີນ , ຖາມວ່າ ຄອບຄົວຂອງ ທ້າວ ສອນໄຊ ລ້ຽງນົກກາງແກ ຈັກໂຕ ແລະ ກະຕ່າຍຈັກໂຕ?

2) ນາງ ສຸສາຄອນ ມີເງິນ 10.000 ກີບ ລາວຊື້ເຂົ້າຈີ່ 3 ກ້ອນ ແລະ ນົມແລັດຕາຊອຍ ໜຶ່ງກ່ອງ ລາຄາ 3.000 ກີບ, ເຈົ້າຂອງຮ້ານທອນເງິນໃຫ້ລາວ 5.500 ກີບ, ຖາມວ່າ: ລາຄາເຂົ້າຈີ່ກ້ອນໜຶ່ງຈັກກີບ?

3) ລວງຮອບຂອງຮູບ 4 ແຈສາກໜຶ່ງເທົ່າ 44 ຊັງຕີແມັດ, ຈົ່ງຊອກຫາເນື້ອທີ່ຂອງມັນ ຮູ້ວ່າ ລວງຍາວ ລື່ນລວງກວ້າງ 3 ຊັງຕີແມັດ.

4) ເຮົາຮູ້ແລ້ວວ່າ ຜົນບວກຂອງ ສາມມຸມໃນຂອງຮູບ 3 ແຈ ທຸກໆ ຮູບເທົ່າ 180°

ກ. ຈົ່ງຂຽນສົມຜົນເພື່ອຊອກຫາຄ່າຂອງມູມທັງສາມຂອງຮູບ 3 ແຈ ທີ່ໃຫ້ມາຂ້າງລຸ່ມນີ້:



ຂ. ຈົ່ງຊອກຫາແຕ່ລະມູມຂອງຮູບ 3 ແຈດັ່ງກ່າວ?

4.2) ບົດເລກໂຈດ ກ່ຽວກັບ ອະສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງ ມີໜຶ່ງຕົວລັບ

1) 5 ເທື່ອຂອງຈຳນວນໜຶ່ງ ເມື່ອເຮົາເອົາມາລົບກັບ $\frac{3}{2}$ ຂອງຈຳນວນັ້ນ ເຫັນວ່າ ຜົນລົບ ມີຄ່າຫຼາຍກວ່າຜົນບວກຂອງສອງຈຳນວນນັ້ນກັບ 20, ຈົ່ງຊອກຫາ ຈຳນວນດັ່ງກ່າວ?

2) ເຈົ້າຂອງຮ້ານຂາຍ ອຸປະກອນການສຶກສາແຫ່ງໜຶ່ງ ຊື້ປຶ້ມຂຽນມາ 500 ຫົວ, ເມື່ອຂາຍ ໄປໄດ້ຈຳນວນໜຶ່ງລາວເຫັນວ່າປຶ້ມຂຽນເຫຼືອບໍ່ເຖິງ 100 ຫົວ. ຖາມວ່າ: ລາວໄດ້ຂາຍ ປຶ້ມ ໄປແລ້ວ ຈັກຫົວ?

3) ເມື່ອບວກ 34 ກັບ ສອງເທື່ອຂອງຈຳນວນໜຶ່ງ ເຫັນວ່າ ໜ້ອຍກວ່າ ສາມເທື່ອຂອງ ຈຳນວນນັ້ນ. ຈົ່ງຊອກຫາ ຈຳນວນດັ່ງກ່າວ?

ບົດທີ 11
ລະບົບສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີສອງຕົວລັບ ແລະ ລະບົບອະສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີໜຶ່ງຕົວລັບ

I. ລະບົບສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີສອງຕົວລັບ

1. ຮູບຮ່າງຂອງລະບົບສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງ ມີ ສອງຕົວລັບ

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

ໃນນັ້ນ: a, b, c, a', b', c' ແມ່ນຈຳນວນທີ່ຮູ້ແລ້ວ

x, y : ສິ່ງທີ່ບໍ່ທັນຮູ້ ໃນລະບົບສົມຜົນເອີ້ນວ່າ (ຕົວລັບ)

2. ວິທີແກ້ ລະບົບສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງ ມີ ສອງຕົວລັບ:

ການແກ້ລະບົບສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີ ສອງຕົວລັບມີ 3 ວິທີພື້ນຖານຄື:

- ແກ້ດ້ວຍວິທີຄັດແທນ
- ແກ້ດ້ວຍ ວິທີບວກພຶດຊະຄະນິດ
- ແກ້ດ້ວຍການແຕ້ມເສັ້ນສະແດງ

ໃນບົດນີ້ ເຮົາຈະຄົ້ນຄວ້າ ວິທີແກ້ລະບົບສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງດ້ວຍ 2 ວິທີ

2.1 ແກ້ດ້ວຍວິທີຄັດແທນ

ແກ້ດ້ວຍວິທີຄັດແທນແມ່ນວິທີທີເຮົາຊອກ x *ຫຼື* y ຈາກສົມຜົນ (1) ຫຼື (2) ແລ້ວແທນເຂົ້າ ສົມຜົນ (2) ຫຼື (1) ແລ້ວແຕ່ຄວາມສະດວກ ແລະ ເໝາະສົມ ໝາຍຄວາມວ່າ:

- ຖ້າຊອກຫາຄ່າ x ຫຼື y ຈາກສົມຜົນທີ (1) ຕ້ອງແທນເຂົ້າສົມຜົນທີ (2) ເພື່ອຄິດໄລ່ຄ່າຂອງຕົວລັບຕໍ່ໄປ.
- ຖ້າຊອກຫາຄ່າ x ຫຼື y ຈາກສົມຜົນທີ (2) ຕ້ອງແທນເຂົ້າສົມຜົນທີ (1) ເພື່ອຄິດໄລ່ຄ່າຂອງຕົວລັບຕໍ່ໄປ.

ຕົວຢ່າງ: ແກ້ລະບົບສົມຜົນ:

1) $\begin{cases} 3x - 2y = 1 & (1) \\ 2x - 3y = 0 & (2) \end{cases}$

ຈາກສົມຜົນທີ (2) $2x - 3y = 0$

ເຮົາໄດ້ $2x = 3y$

$x = \frac{3y}{2}$ (3)

ເອົາສົມຜົນ (3) ແທນເຂົ້າສົມຜົນ (1) ເຮົາມີ:

$3x - 2y = 1$

$$\left(\frac{3y}{2}\right) - 3y = 1$$

$$9y - 6y = 2$$

$$3y = 2$$

$$y = \frac{2}{3}$$

ເອົາຄ່າຂອງ y ແທນເຂົ້າ ສົມຜົນທີ (3) ເພື່ອຊອກຫາຄ່າຂອງ x ເຮົາຈະໄດ້:

$$x = \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}\times\frac{2}{3} = 1$$

- ຕອບ : ໃຈຜົນຂອງລະບົບສົມຜົນແມ່ນ:

$$\boxed{\begin{matrix} x = 1 \\ y = \frac{2}{3} \end{matrix}}$$

2) $\begin{cases} 2x + \frac{8y}{3} = 64 & (1) \\ 3x + 4y = 96 & (2) \end{cases}$

ຈາກສົມຜົນທີ (2) $3x + 4y = 96$

ເຮົາຈະໄດ້ $3x = 96 - 4y$

$x = \frac{96-4y}{3}$ (3)

ເອົາສົມຜົນ (3) ແທນເຂົ້າສົມຜົນ (1) ເຮົາມີ:

ຈາກ (1) $2x + \frac{8}{3}y = 64$

$6x + 8y = 192$ ແທນຄ່າ x ເຂົ້າຈະໄດ້:

$$6\left(\frac{96-4y}{3}\right) + 8y = 192$$
$$2(96-4y) + 8y = 192$$
$$192 - 8y + 8y = 192$$
$$0.y = 0$$

ດັ່ງນັ້ນ ລະບົບສົມຜົນນີ້ມີໃຈຜົນບໍ່ສິ້ນສຸດ (ຫຼາຍໃຈຜົນ)

$$S = \left\{ \left(\frac{96-4y}{3}; y \right) \right\}$$

2.2 ແກ້ດ້ວຍ ວິທີບວກພຶດຊະຄະນິດ

ການແກ້ລະບົບສົມຜົນດ້ວຍວິທີບວກພຶດຊະຄະນິດ ແມ່ນເຮົາເຮັດໃຫ້ສຳປະສິດຂອງຕົວລັບ ໃດໜຶ່ງເປັນຈຳນວນກົງກັນຂ້າມກັນ ໂດຍການຄູນ 2 ພາກຂອງສົມຜົນ (1) ຫຼື (2) ກັບຈຳນວນໃດໜຶ່ງ ແລ້ວບວກພາກຕໍ່ພາກຂອງສົມຜົນ,

ຕົວຢ່າງ: $\begin{cases} 4x - y = 5 & (1) \\ 3x + 2y = 12 & (2) \end{cases}$

- ເຮົາຄູນ 2 ກັບ ສອງພາກຂອງສົມຜົນທີ (1) ເຮົາໄດ້:

$$\begin{cases} 8x - 2y = 10 & (1) \\ 3x + 2y = 12 & (2) \end{cases}$$

- ບວກພາກຕໍ່ພາກ ຂອງລະບົບສົມຜົນ ແລ້ວແກ້ສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີໜຶ່ງຕົວລັບຕໍ່ ເຮົາຈະໄດ້:

$$8x - 2y + 3x + 2y = 10 + 12 = 22$$
$$11x = 22$$
$$x = \frac{22}{11} = 2$$

- ເອົາຄ່າຂອງ x ແທນເຂົ້າ ສົມຜົນ (1) ເພື່ອຊອກຫາຄ່າຂອງຕົວລັບທີ 2 (y) ຈາກ (1)

$$4x - y = 5$$
$$4 \times 2 - y = 5$$
$$8 - y = 5$$
$$8 - 5 = y$$
$$y = 3$$

- ຕອບ: ໃຈຜົນຂອງລະບົບສົມຜົນແມ່ນ:

$$\boxed{\begin{array}{c} x = 2 \\ y = 3 \end{array}}$$

3. ການນຳໃຊ້ລະບົບສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີສອງຕົວລັບເຂົ້າໃນການແກ້ໂຈດບັນຫາ:

ຂັ້ນຕອນການແກ້ໂຈດບັນຫາ:

1. ເລືອກຕົວລັບ
2. ເອົາຕົວລັບ ແລະ ອາການທີ່ຮູ້ແລ້ວສ້າງອາການທີ່ບໍ່ທັນຮູ້
3. ສ້າງລະບົບສົມຜົນຕາມເງື່ອນໄຂ ບົດເລກໂຈດ
4. ແກ້ລະບົບສົມຜົນທີ່ສ້າງໄດ້

ຕົວຢ່າງ:

1) ຜົນບວກລະຫວ່າງສອງຈຳນວນເທົ່າ 600 , ຜົນຫານລະຫວ່າງ ສອງຈຳນວນດັ່ງກ່າວເທົ່າ 14 ຈົ່ງຊອກຫາ ສອງຈຳນວນນັ້ນ?

ບົດແກ້:

ກ. ເລືອກຕົວລັບ

ວາງ x ແມ່ນຈຳນວນທີ 1

ວາງ y ແມ່ນຈຳນວນທີ 2

ຂ. ສ້າງອາການທີ່ບໍ່ທັນຮູ້

ຜົນບວກສອງຈຳນວນເທົ່າ 600 ແມ່ນ $x + y = 600$

ຜົນຫານຂອງສອງຈຳນວນເທົ່າ 14 ແມ່ນ $\frac{x}{y} = 14$

ຂ. ສ້າງລະບົບສົມຜົນ

ຕາມເງື່ອນໄຂຂອງບົດເລກເຮົາມີ:

$$\begin{cases} x + y = 600 & (1) \\ \frac{x}{y} = 14 & (2) \end{cases}$$

ຄ. ແກ້ລະບົບສົມຜົນ

$$\begin{cases} x + y = 600 & (1) \\ \frac{x}{y} = 14 & (2) \end{cases}$$

ຈາກສົມຜົນທີ (2) ເຮົາມີ: $\frac{x}{y} = 14$

$$x = 14y \quad (3)$$

ເອົາ (3) ແທນເຂົ້າ ສົມຜົນທີ 1 ເຮົາໄດ້:

$$x + y = 600$$
$$14y + y = 600$$

$$= 15y \ = 600$$
$$y = \frac{600}{15} = 40$$

ຊອກຫາຄ່າຂອງ x ໂດຍເອົາ y = 40 ແທນເຂົ້າ (3)

$$x \ = \ 14 \times y$$
$$= \ 14 \ \times 40$$
$$= 560$$

ງ. ກວດຄືນຜົນໄດ້ຮັບ ແລະ ຕອບ:

ແທນຄ່າຂອງ x ແລະ y ເຂົ້າລະບົບສົມຜົນ ເຮົາເຫັນວ່າ:

- ສົມຜົນ (1) : $x \ + \ y \ = \ 600$

  $560 \ + \ 40 \ = 600$

  ດັ່ງນັ້ນ: 600 = 600 ເຫັນວ່າ ຖືກຕ້ອງ
- ສົມຜົນທີ 2 : $\frac{x}{y} = 14$ ແທນຄ່າ ຈະໄດ້: $\frac{560}{40} = 14$ ເຫັນວ່າຖືກຕ້ອງ

  ຕອບ: ໃຈຜົນຂອງລະບົບສົມຜົນແມ່ນ: ຈຳນວນທີໜຶ່ງ ແມ່ນ 560 ແລະ

  ຈຳນວນທີສອງ ແມ່ນ 40

2) ຢູ່ຮ້ານອາຫານແຫ່ງໜຶ່ງ:

- ຄົນນັ່ງໂຕະທີ 1: ສັ່ງເຝີ 3 ຖ້ວຍ ແລະ ກາເຟນົມເຢັນ 2 ຈອກ ເປັນເງິນ 50.000 ກີບ.
- ຄົນນັ່ງໂຕະທີ2: ສັ່ງ ເຝີ 1 ຖ້ວຍ ແລະ ກາເຟນົມເຢັນ 3 ຈອກ ເປັນເງິນ 33.000 ກີບ

  ຈົ່ງຊອກຫາລາຄາເຝີ 1 ຖ້ວຍ ແລະ ກາເຟນົມເຢັນ 1 ຈອກ?

ບົດແກ້:

ກ. ເລືອກຕົວລັບ:

- ວາງ x ແມ່ນ ລາຄາເຝີ 1 ຖ້ວຍ
- ວາງ y ແມ່ນລາຄາກາເຟນົມເຢັນ 1 ຈອກ

ຂ. ສ້າງອາການທີ່ບໍ່ທັນຮູ້

- ໂຕະທີ 1: ເຝີ 3 ຖ້ວຍ ແລະ ກາເຟນົມ 2 ຈອກເຮົາຈະໄດ້: $3x + 2y \ = \ 50.000$
- ໂຕະທີ2: ເຝີ 1 ຖ້ວຍ ແລະ ກາເຟນົມເຢັນ 3 ຈອກ: $x + 3y \ = \ 33.000$

ຄ. ສ້າງລະບົບສົມຜົນ

$$\begin{cases} 3x \ + \ 2y \ = \ 50.000 & (1) \\ x \ + \ 3y \ = \ 33.000 & (2) \end{cases}$$

໑. ແກ້ລະບົບສົມຜົນ

$$\begin{cases} 3x + 2y = 50.000 & (1) \times 1 \\ x + 3y = 33.000 & (2) \times (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 50.000 \\ -3x - 9y = -99.000 \end{cases}$$ ເຮົາບວກພາກຕໍ່ພາກຂອງລະບົບສົມຜົນເຮົາຈະມີ:

$$2y - 9y = 50.000 - 99.000$$
$$-7y = -49.000$$
$$y = \frac{-49.000}{-7} = 7.000$$

ຈາກສົມຜົນ (2) ແທນຄ່າຂອງ y ເຂົ້າເຮົາຈະໄດ້:

$$x + 3y = 33.000$$
$$x + 3 \times 7.000 = 33.000$$
$$x + 21.000 = 33.000$$
$$x = 33.000 - 21.000$$
$$x = 12.000$$

໑. ກວດຄືນໃຈຜົນ

- $3 \times 12.000 + 2 \times 7.000 = 50.000\ (1)? \rightarrow 36.000 + 14.000 = 50.000$
- $12.000 + 3 \times 7.000 = 33.000\,? \rightarrow 12.000 + 21.000 = 33.000$
  ເຫັນວ່າ ຖືກຕ້ອງ.

ຈ. ຕອບຄຳຖາມ: ລາຄາຂອງເຝີ 1 ຖ້ວຍແມ່ນ: 12.000 ກີບ.

ລາຄາຂອງກາເຟນົມເຢັນ 1 ຈອກ ແມ່ນ: 7.000 ກີບ.

II. ລະບົບອະສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີໜຶ່ງຕົວລັບ

1. ຮູບຮ່າງຂອງ ລະບົບອະສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງ ມີ ໜຶ່ງຕົວລັບ

$$\begin{cases} 2x - 7 \leq 6x + 5 & (1) \\ 4x - 11 \leq 4 + x & (2) \end{cases}$$

2. ການແກ້ລະບົບອະສົມຜົນ

ການແກ້ລະບົບອະສົມຜົນ ຂັ້ນໜຶ່ງມີ ໜຶ່ງຕົວລັບ ແມ່ນການຊອກຫາໃຈຜົນຂອງລະບົບອະສົມຜົນ

ໃຈຜົນຂອງລະບົບອະສົມຜົນແມ່ນ ຄ່າທີ່ເໝາະສົມຂອງທັງສອງ

$$\begin{cases} 2x - 7 \leq 6x + 5 & (1) \\ 4x - 11 \leq 4 + x & (2) \end{cases}$$

ວິທີແກ້: ເຮົາຊອກຫາໃຈຜົນຂອງແຕ່ລະອະສົມຜົນສາກ່ອນ, ຈາກນັ້ນຈຶ່ງຊອກຫາເຂດໃຈຜົນ ທີ່ຮ່ວມກັນຂອງສອງສົມຜົນເຊັ່ນ:

- ຈາກ ອະສົມຜົນທີ 1:

$2x - 7 \le 6x + 5$

$2x - 6x \le 5 + 7$

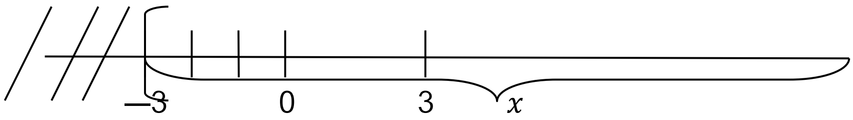
$-4x \le 12$ ເຮົາຄູນ (-1) ກັບ 2 ພາກຂອງອະສົມຜົນ ແລະ ອີງຕາມຄຸນລັກສະນະຂອງອະສະເໝີຜົນເຮົາໄດ້

$(-1)(-4x) \le (-1) \times 12$

$4x \ge -12$

$x \ge \frac{-12}{4}$,

$x \ge -3$



ແກ້ອະສົມຜົນທີ 2

$4x - 11 \le 4 + x$

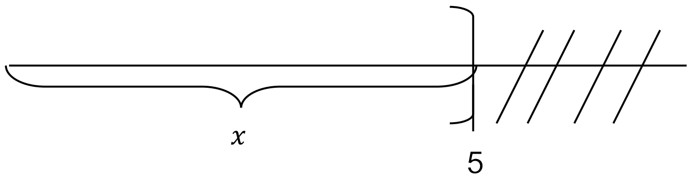
$4x - x \le 4 + 11$

$3x \le 15$

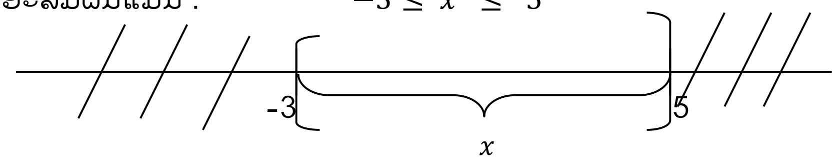
$x \le \frac{15}{3}$,

$x \le 5$

ໃຈຜົນຂອງສົມຜົນ (2) ແມ່ນ:



ໃຈຜົນຂອລະບົບອະສົມຜົນແມ່ນ : $-3 \le x \le 5$



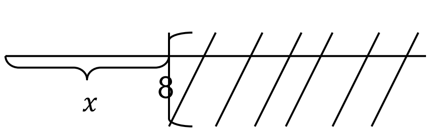
ຕົວຢ່າງ2: ແກ້ລະບົບອະສົມຜົນ:

$$\begin{cases} x - 8 < 0 & (1) \\ x + 4 < 0 & (2) \end{cases}$$

ຈາກ (1) :

$x - 8 < 0$

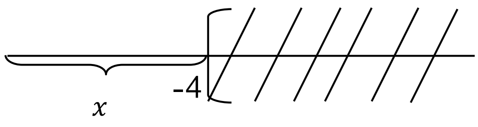
$x < 8$



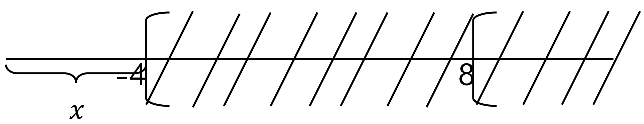
ຈາກ (2) :

$x + 4 < 0$

$x < -4$



ໃຈຜົນຂອງລະບົບອະສົມຜົນແມ່ນ: $x < -4$



ຕົວຢ່າງ3: ແກ້ລະບົບອະສົມຜົນ:

$$\begin{cases} 24 < 6x - 12 & (1) \\ x - 8 < -2x + 4 & (2) \end{cases}$$

ຈາກ (1): $24 < 6x - 12$

$$24 + 12 < 6x$$

$$36 < 6x$$

$$x > \frac{36}{6}$$

$$x > 6$$

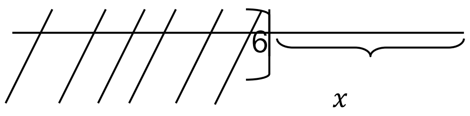
ຈາກ (2): $x - 8 < -2x + 4$

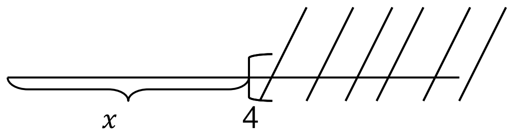
$$x + 2x < 4 + 8$$

$$3x < 12$$

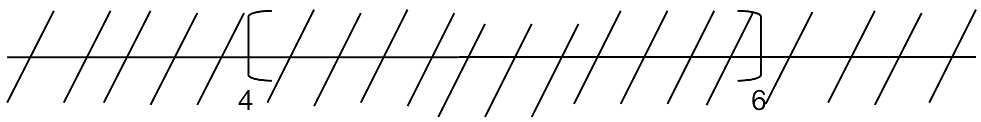
$$x < \frac{12}{3}$$

$$x < 4$$





ລະບົບອະສົມຜົນບໍ່ມີໃຈຜົນ



3. ການນຳໃຊ້ລະບົບອະສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີສອງຕົວລັບເຂົ້າໃນການແກ້ໂຈດບັນຫາ

ຕົວຢ່າງ01: ທ້າວ ຄຳດີ ຫິ້ວໝາກກ້ຽງມາ ໜຶ່ງຖົງ, ຖ້າລາວເອົາໝາກກ້ຽງໃນຖົງໃຫ້ນ້ອງຊາຍ 9 ໜ່ວຍ ໝາກກ້ຽງໃນຖົງຈະເຫຼືອໜ້ອຍກວ່າ 10 ໜ່ວຍ. ຖ້າລາວເອົາໃຫ້ນ້ອງ 5 ໜ່ວຍ ໝາກກ້ຽງໃນຖົງລາວຈະເຫຼືອຫຼາຍກວ່າ 10 ໜ່ວຍ. ຖາມວ່າ ໝາກກ້ຽງມີໃນຖົງທັງໝົດຈັກໜ່ວຍ?

ວິທີການແກ້:

ກ. ຄັດເລືອກຕົວລັບ:

ຄັດເລືອກຕົວລັບ	ປະໂຫຍກຄຳເວົ້າ	ປະໂຫຍກສັນຍາລັກ	ລະບົບສົມຜົນ
ວາງ x ແມ່ນ ຈຳນວນ ໝາກກ້ຽງຢູ່ໃນຖົງ	- ຖ້າເອົາໝາກກ້ຽງໃຫ້ນ້ອງ 9 ໜ່ວຍ ໝາກກ້ຽງໃນຖົງເຫຼືອໜ້ອຍກວ່າ 10 ໜ່ວຍ - ຖ້າເອົາໝາກກ້ຽງໃຫ້ນ້ອງ 5 ໜ່ວຍໝາກກ້ຽງໃນຖົງຈະເຫຼືອຫຼາຍກວ່າ 10 ໜ່ວຍ	$x - 9 < 10$ $x - 5 > 10$	$\begin{cases} x - 9 < 10 \\ x - 5 > 10 \end{cases}$

ຂ. ສ້າງລະບົບອະສົມຜົນຕາມເງື່ອນໄຂ

$$\begin{cases} x-9 < 10 \\ x-5 > 10 \end{cases}$$

ຄ. ແກ້ລະບົບອະສົມຜົນ:ຈາກ (2):

$$\begin{cases} x-9 < 10 & (1) \\ x-5 > 10 & (2) \end{cases}$$

ຈາກອະສົມຜົນທີ 1:

$x - 9 < 10$

$x < 10 + 9$

$x < 19$

ຈາກອະສົມຜົນທີ2:

$x - 5 > 10$

$x > 10 + 5$

$x > 15$

ດັ່ງນັ້ນ, ໃຈຜົນຂອງລະບົບອະສົມຜົນແມ່ນ: $15 < x < 19$

ໝາຍຄວາມວ່າ ຈຳນວໝາກກ້ຽງໃນຖົງຈະມີ 16, 17 ຫຼື 18 ໜ່ວຍ (ປະມານ 16 - 18 ໜ່ວຍ)

III. ບົດເຝິກຫັດ

1. ຈົ່ງແກ້ລະບົບສົມຜົນລຸ່ມນີ້:

1) $\begin{cases} 3x - y = 1 & (1) \\ 6x - 3y = -3 & (2) \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x = 2y & (1) \\ y = 3x - 9 & (2) \end{cases}$

3) $\begin{cases} x - 2y = 0 & (1) \\ 5x + 12y = 0 & (2) \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 & (1) \\ 2x - 3y = 4 & (2) \end{cases}$

5) $\begin{cases} x + 7y = 8 & (1) \\ 3x + 2y = 5 & (2) \end{cases}$

2. ຈົ່ງແກ້ລະບົບອະສົມຜົນພ້ອມສະແດງໃຈຜົນໃສ່ແກນຈຳນວນ

1) $\begin{matrix} 0 \le 3x + 6 & (1) \\ 2x + 1 \le 3 & (2) \end{matrix}$

2) $\begin{cases} x - 7 \ge 4x - 16 & (1) \\ 2x + 17 \ge -2x - 7 & (2) \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x - \frac{2}{3}x > 26 & (1) \\ 5x - \frac{3}{2}x < 7 & (2) \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2 \le 3x - 4 & (1) \\ 2 + 8x \ge 7x + 5 & (2) \end{cases}$

5) $\begin{cases} x - 7 \ge 4x - 16 & (1) \\ 2x + 17 \ge -2x - 7 & (2) \end{cases}$

3. ເລກໂຈດ:

3.1 ໂຈດບັນຫາກ່ຽວກັບລະບົບສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີສອງຕົວລັບ

1) ສວນຂອງທ້າວ ສາລີ ປູກຕົ້ນໝາກກ້ຽງ ແລະ ຕົ້ນໝາກມ່ວງ ລວມທັງໝົດມີ 16 ຕົ້ນ ຕົ້ນໝາກມ່ວງຂາຍລາຄາ 8000 ກີບຕໍ່ໜຶ່ງຕົ້ນ, ໝາກກ້ຽງ ຂາຍລາຄາ 7000 ກີບຕໍ່ຕົ້ນ ແມ່ຄ້າມາເໝົາຊື້ ຈ່າຍເງິນໃຫເຈົ້າຂອງຈຳນວນ 121000 ກີບ, ຖາມວ່າ: ຕົ້ນໝາກມ່ວງມີຈັກຕົ້ນ ແລະ ຕົ້ນໝາກກ້ຽງມີຈັກຕົ້ນ?

2) ກຳມະກອນຕີເຫຼັກ 2 ໜ່ວຍ ຕີພ້າໄດ້ 1080 ດວງ; ໜ່ວຍໜຶ່ງສຳເລັດແຜນການໃນ 12 ວັຍ; ໜ່ວຍທີສອງ ສຳເລັດແຜນການໃນ 8 ວັນ. ຖາມວ່າ ໃນແຕ່ລະວັນແຕ່ລະ ໜ່ວຍຕີພ້າໄດ້ຈັກດວງ? ຮູ້ວ່າ ໃນແຕ່ລະວັນໜ່ວຍທີໜຶ່ງຕີໄດ້ຫຼາຍກວ່າໜ່ວຍທີສອງ 15 ດວງ.

3) ນາງ ບົວສີຊື້ຜັກ 3 ກະຕ່າ ແລະ ໝາກແຕງ 2 ເປົາ ເປັນເງິນ 120.000 ກີບ, ມື້ລຸນມາ ລາວຊື້ຜັກ 2 ກະຕ່າ ແລະ ໝາກແຕງ 1 ເປົາ ເປັນເງິນທັງໝົດ 70.000 ກີບ ຖາມວ່າ ລາຄາຜັກ 1 ກະຕ່າລາຄາເທົ່າໃດ ແລະ ໝາກແຕງ 1 ເປົາ ລາຄາເທົ່າໃດ?

3.2 ໂຈດບັນຫາກ່ຽວກັບລະບົບອະສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງມີໜຶ່ງຕົວລັບ

1) ນາງດວງສີ ຕຳແຜ່ນໄດ້ຍາວ x ແມັດ ຖາມວ່າ ຖ້າລາວຕັດແພນັ້ນອອກມາ 5 ແມັດ ແພຈະຍັງເຫຼືອ ຫຼາຍກວ່າ 7 ແມັດ, ຖ້າວ່າ ລາວຕັດແພອອກມາ 10 ແມັດ ແພນັ້ນ ຈະເຫຼືອໜ້ອຍກວ່າ 9 ແມັດ, ຈົ່ງສ້າງລະບົບອະສົມຜົນເພື່ອຊອກຫາຈຳນວນແພ ທີ່ນາງດວງສີຕຳໄດ້.

2) ທ້າງຄຳສິງ ທ້ອນເງິນໄດ້ຈຳນວນໜຶ່ງ. ພໍ່ຂອງລາວເອົາໃຫ້ຕື່ມ 80.000 ກີບເຫັນວ່າ ເງິນຂອງລາວມີຫຼາຍກວ່າ 700.000 ກີບ, ຖ້າພໍ່ລາວເອົາໃຫ້ພຽງແຕ່ 20.000 ກີບ ເງິນຂອງລາວຈະບໍ່ມີເຖິງ 680.000 ກີບ, ຖາມວ່າ ທ້າວ ຄຳສິງທ້ອນເງິນໄດ້ເທົ່າໃດ?

ບົດທີ 12
ເຄື່ອງໝາຍຂອງສຳນວນ

1. ຄ່າທີ່ເຮັດໃຫ້ສຳນວນເທົ່າສູນ (ຮາກຂອງສຳນວນ)

ຄ່າໃດໜຶ່ງທີ່ເຮັດໃຫ້ສຳນວນໜຶ່ງເທົ່າສູນ ເອີ້ນວ່າ ຮາກຂອງສຳນວນນັ້ນ

ຕົວຢ່າງ: $P(x) = -x^2 + 2x + 3$ ເມື່ອ $x = -1$

ເພາະວ່າ $P(-1) = -(-1)^2 + 2(-1) + 3 = -1 - 2 + 3 = 0$

2. ເຄື່ອງໝາຍ ຂອງ $ax + b$ ($a \neq 0$)

ຫຼັກເກນ:

- ໃຫ້ຈຳນວນຈິງ a ແລະ b, ເຊິ່ງ $a \neq 0$ ເມື່ອ x ປ່ຽນແປງໃນ $\mathbb{R}$ ສຳນວນ $ax + b$ ຈະປ່ຽນເຄື່ອງໝາຍຢູ່ເມັດ $x = -\frac{b}{a}$
- ສຳນວນ $ax + b$ ຈະມີເຄື່ອງໝາຍຄືກັບເຄື່ອງໝາຍຂອງ a ສຳລັບ $x > -\frac{b}{a}$ ແລະ ຈະມີເຄື່ອງໝາຍຕ່າງກັບເຄື່ອງໝາຍຂອງ a ສຳລັບ $x < -\frac{b}{a}$

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $-\frac{b}{a}$	$+\infty$
ເຄື່ອງໝາຍຂອງ $ax + b$	ມີເຄື່ອງໝາຍຕ່າງກັບເຄື່ອງໝາຍຂອງ a	ມີເຄື່ອງໝາຍຄືກັບເຄື່ອງໝາຍຂອງ a

ຕົວຢ່າງ: ສັງເກດເຄື່ອງໝາຍຂອງ $P(x) = -3x + 1$ ເຊິ່ງ $a < 0$

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $\frac{1}{3}$	$+\infty$
ເຄື່ອງໝາຍຂອງ $-3x + 1$	+	-

ສະນັ້ນ $P(x) < 0$ ເມື່ອ $x > \frac{1}{3}$

$P(x) > 0$ ເມື່ອ $x < \frac{1}{3}$

3. ເຄື່ອງໝາຍ ຂອງຜົນຄູນ

ເພື່ອສຶກສາເຄື່ອງໝາຍຂອງສຳນວນທີ່ເປັນພະຫຸພົດ ເຮົາຕ້ອງແຍກພະຫຸພົດນັ້ນໃຫ້ເປັນສ່ວນຄູນ ແລະ ນຳໃຊ້ຫຼັກການກ່ຽວກັບເຄື່ອງໝາຍດັ່ງນີ້:

- ຜົນຄູນຂອງສອງສ່ວນຄູນທີ່ມີເຄື່ອງໝາຍຄືກັນຈະມີຄ່າບວກ (+)
- ຜົນຄູນຂອງສອງສ່ວນຄູນທີ່ມີເຄື່ອງໝາຍຕ່າງກັນຈະມີຄ່າລົບ **(-) .**

ຕົວຢ່າງ: ສຶກສາເຄື່ອງໝາຍຂອງ $E(x) = -3x(x+1)(6-2x)$

- ເຮົາກວດເບິ່ງສຳນວນທີ່ໃຫ້ມາແຍກເປັນສ່ວນຄູນແລ້ວ ຫຼື ບໍ່?
- ເຮົາຈຶ່ງຕ້ອງແກ້ສົມຜົນ $E(x) = 0$ ໂດຍນຳໃຊ້ຫຼັກການກ່ຽວກັບ ຜົນຄູນເທົ່າສູນ.

$-3x = 0$ ຫຼື $x + 1 = 0$ ຫຼື $6 - 2x = 0$

$x = 0$ $x = -1$ $x = \frac{6}{2} = 3$

- ເຮົາສ້າງຕາຕະລາງເຄື່ອງໝາຍໃນແຖວຂອງ x ເພື່ອສັງເກດເຮົາໝາຍ

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
$-3x$		+		+	0	-		-	
$x+1$		-	0	+		+		+	
$6 - 2x$		+		+		+	0	-	
$E(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

ດັ່ງນັ້ນ,

$E(x) > 0$ ເມື່ອ $-1 < x < 0$ ແລະ $x > 3$

$E(x) < 0$ ເມື່ອ $x < -1$ ແລະ $0 < x < 3$

4. ເຄື່ອງໝາຍຂອງຜົນຫານ

ເພື່ອສຶກສາເຄື່ອງໝາຍຂອງຜົນຫານ ເຮົາຂຽນສຳນວນທີ່ໃຫ້ມານັ້ນ ພາຍໃຕ້ຮູບແບບ ຜົນຫານ, ແຍກເປັນສ່ວນຄູນ ໂດຍໃຊ້ພູດຕ່າງສູນ

ຕົວຢ່າງ: ສຶກສາເຄື່ອງໝາຍຂອງ $Q(x) = \frac{x-2}{x(1+2x)}$ ເຮົາປະຕິບັດດັ່ງນີ້:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		2		$+\infty$
$x-2$		-		-		-	0	+	
x		-		-	0	+	|	+	
$1+2x$		-	0	+		+	|	+	
$Q(x)$		-	||	+	||	−	0	+	

5. ບົດເຝິກຫັດ

5.1 ສັງເກດເຄື່ອງໝາຍຂອງຕຳລາຕໍ່ໄປນີ້ຕາມຄ່າຂອງx

1) $3x-4$
2) $x(x-2)$
3) $(5x-1)(1-x)$
4) $(4x^2-1)(x+2)$
5) $(2x-3)(4-x)(5-3x)$
6) $x(x+2)-4(x+2)$
7) $(x^2-4)(2x-1)$
8) $(x-1)(x^2+2x+4)$

5.2 ສັງເກດເຄື່ອງໝາຍຂອງຕຳລາຜົນຫານລຸ່ມນີ້:

1) $\frac{(2x-1)(3-x)}{(x-5)(3x+2)}$

2) $\frac{18-2x^2}{3x}$

3) $\frac{(2-x)(4x+1)}{(x-3)^2(3x-2)}$

4) $2+\frac{x+2}{x^2-1}$

5) $\frac{4x}{x+2}-\frac{4}{x+1}$

5.3 ຊອກຫາຄ່າຂອງx ທີ່ເຮັດໃຫ້ແຕ່ລະສຳນວນຕໍ່ໄປນີ້ ມີຄ່າຫຼາຍກວ່າ 0 ພ້ອມທັງບອກຄ່າ ທີ່ຕ້ອງຫ້າມ ແລະ ຄ່າທີ່ເຮັດໃຫ້ສຳນວນເທົ່າສູນ?

1) $(x-2)^2-(1-2x)^2$

2) x^3-16x

3) $\frac{4 - 9x^2}{3x}$

4) $x^2 - 16$

5) $x^2 - 3$

ພາກທີ III: ການວັດແທກ

ບົດທີ 13

ຄວາມໝາຍ ຄວາມສຳຄັນຂອງການວັດແທກ

1. ຄວາມໝາຍຂອງການວັດແທກ

ການວັດແທກແມ່ນການປຽບທຽບປະລິມານ ຂະໜາດ ຫຼື ຮູບຮ່າງຂອງວັດຖຸໃສ່ຫົວໜ່ວຍວັດແທກມາດ ຕະຖານຂອງການວັດແທກເຊັ່ນ: ແທກລວງສູງ, ແທກເນື້ອທີ່ ...

2. ຄວາມສຳຄັນຂອງການວັດແທກ

ໃນຊີວິດປະຈຳວັນການວັດແທກແມ່ນມີຄວາມສຳຄັນ ແລະ ຈຳເປັນບໍ່ວ່າຈະຢູ່ບ້ານເຮືອນ, ສຳນັກ ງານ ຫຼື ໂຮງຈັກໂຮງງານຕ່າງໆເຊັ່ນ:ເມື່ອຮູ້ຈັກໄລຍະຫ່າງລະຫວ່າງສິ່ງຂອງຕ່າງໆ ໃນ ເຮືອນແລ້ວເຮົາສາມາດຈັດວາງ ແລະ ສັບຊ້ອນສິ່ງ ຂອງເລົ່ານັ້ນຢ່າງເນາະສົມ, ຊາວນາຊາວ ສວນກໍ່ມີການ ວັດແທກດິນປູກຝັງ ແລະ ວັດແທກ (ຊັ່ງ) ປະລິມານການຜະລິດ ແລະ ອື່ນໆ.

3. ບົດເຝິກຫັດ

1) ການວັດແທກແມ່ນຫຍັງ?
2) ການວັດແທກມີຄວາມສຳຄັນແນວໃດ?

ບົດທີ 14
ການວັດແທກລວງຍາວຂອງທ່ອນຊື່

1. ຫົວໜ່ວຍວັດແທກລວງຍາວ

- ເພິ່ນກຳນົດເອົາແມັດເປັນຫົວໜ່ວຍມາດຕະຖານໃນການວັດແທກລວງຍາວເຊິ່ງສັນຍະລັກດ້ວຍ ມ ຫຼື m

- ຫົວໜ່ວຍທີ່ນ້ອຍກວ່າ (ສັ້ນກວ່າ)ແມັດ ເອີ້ນວ່າອຸປະຄູນຂອງແມັດ ມີ : ເດຊີແມັດ (ດມ ຫຼື dm), ຊັງຕີແມັດ (ຊມ ຫຼື cm), ມີລີແມັດ (ມມ ຫຼື mm).

- ຫົວໜ່ວຍທີ່ຫຼາຍກວ່າ (ຍາວກວ່າ)ແມັດ ເອີ້ນວ່າທະວີຄູນຂອງແມັດ ມີ : ກິໂລແມັດ (ກມ ຫຼື km), ເຮັກໂຕແມັດ (ຮມ ຫຼື hm), ເດກາແມັດ (ດກມ ຫຼື dam).

ອຸປະຄູນ ແລະ ທະວີຄູນຂອງແມັດມີຄ່າດັ່ງຕາຕະລາງລຸ່ມນນີ້:

	ທະວີຄູນຂອງ ແມັດ			ຫົວໜ່ວຍມາດ ຕະຖານ	ອຸປະຄູນຂອງແມັດ		
ຊື່ຫົວໜ່ວຍ	ກິໂລແມັດ	ເຮັກໂຕແມັດ	ເດກາແມັດ	ແມັດ	ເດຊີແມັດ	ຊັງຕີແມັດ	ມີລີແມັດ
ຊຽນຫຍໍ້	ກມ	ຮມ	ດກມ	ມ	ດມ	ຊມ	ມມ
	Km	Hm	dam	M	dm	cm	mm
ຄ່າ	1000m	100m	10m	1m	0,1m	0,01 m	0,001m

2. ການປ່ຽນຫົວໜ່ວຍວັດແທກລວງຍາວ

ການປ່ຽນຫົວໜ່ວຍວັດແທກລວງຍາວແມ່ນຈະປ່ຽນໄປເທື່ອລະຕົວເລກຕາມຕາຕະລາງຫົວໜ່ວຍວັດແທກລວງຍາວ

ຕົວຢ່າງ : 1 km =1000 m

1 m = 0.001 km

1 m = 100 cm

1 cm = 0,01 m

5 dam =50 m

25 m = 0,025 km

2cm = 0,002 dam

3. ອຸປະກອນວັດແທກລວງຍາວ

ຄົນສະໄໝກ່ອນ ຫຼື ຊາວບ້ານທີ່ບໍ່ມີອຸປະກອນວັດແທກລວງຍາວ ເພິ່ນມັກໃຊ້ ວາ, ສອກ,ຕີນ (ຟຸດ), ຄືບ, ນິ້ວ ຫຼື ນິ້ວໂປ້ ເພື່ອວັດແທກ.

ສະໄໝປະຈຸບັນເພິ່ນໃຊ້: ໄມ້ແມັດ, ແມັດກົ້ໂລ, ແມັດກົ້ຜ້າ, ແມັດພັບ, ກ້ອງຈຸລະທັດ,ບັນທັດ ດຸບເດຊີແມັດ (20 dm), ເຄື່ອງວັດຮູບຊົງກົມ ແລະ ອື່ນໆ

4. ການວັດແທກລວງຮອບ

ການວັດແທກລວງຮອບມີ 2 ວິທີຄື:

- ສຳລັບຮູບຫຼາຍແຈ ເພິ່ນບວກລວງຍາວຂອງຂ້າງທັງໝົດ
- ສຳລັບຮູບແຜ່ນມົນ ຫຼື ເສັ້ນວົງມົນເພິ່ນໃຊ້ສູດລວງຮອບຂອງແຜ່ນມົນ = $2\pi r$ ຫຼື πd

ສັນຍະລັກດ້ວຍ $c = 2\pi r$ ຫຼື $c = \pi d$

ເຊິ່ງ $\pi = 3{,}14$

r ແມ່ນລັດສະໝີຂອງວົງມົນ

d ແມ່ນເສັ້ນຜ່າກາງຂອງວົງມົນ

ຕົວຢ່າງ1:

ສວນກ້ວຍຂອງລຸງມີເປັນຮູບ 5 ແຈ ຕິດກັບສວນປ້າສາ $15\,m$ ຕິດກັບສວນລຸງສີ $10\,m$ ຕິດ ກັບສວນປ້າຄຳ $20\,m$ ແລະ ຕິດກັບດິນນາຂອງຕົນເອງ $12\,m$. ຖາມວ່າ ລວງຮອບ ຂອງສວນ ຂອງ ລຸງມີ ເທົ່າກັບເທົ່າໃດ ?

ບົດແກ້

ລວງຮອບຂອງສວນຂອງລຸງມີເທົ່າກັບເທົ່ານີ້

$15m + 10m + 20m + 12m = 57m$

ຕອບ: $57m$

ຕົວຢ່າງ2:

ໄມ້ທ່ອນໜຶ່ງມີລວງຮອບ $3140\ mm$ ຈົ່ງຊອກຫາ ເສັ້ນຜ່າກາງຂອງໜ້າຕັດຂອງ ໄມ້ທ່ອນນັ້ນ?

ບົດແກ້: ອີງຕາມສູດ $c = \pi d \implies d = \frac{c}{\pi} = \frac{3140}{3{,}14} = 1000\ mm = 1m$

ຕອບ : ເສັ້ນຜ່າກາງຂອງໄມ້ທ່ອນນັ້ນແມ່ນ $1\ m$

5. ບົດເຝິກຫັດ

1) ຈົ່ງປ່ຽນຫົວໜ່ວຍວັດແທກລຸ່ມນີ້

$20km =$ _________ m ; $10km =$ _________ dam ; $25cm =$ _____________ m

$1{,}5km =$ _________ m ; $25{,}5m =$ ________ cm ; $520dm =$ ___________ dam

2) ສວນຂອງແມ່ລໍາໃຍເປັນຮູບ 5 ແຈ ເຊິ່ງວັດແທກໄດ້ດັ່ງນີ້ 13m, 18m, 22m, 15m ແລະ 20m. ຖາມວ່າ ລາວຕ້ອງຊື້ຕາໜ່າງເຫຼັກເພື່ອມາເຮັດຮົ້ວທັງໝົດຈັກແມັດ ຖ້າວ່າບໍ່ນັບປະຕູເຊິ່ງກວ້າງ 3 m?

ບົດທີ 15

ການວັດແທກມວນສານ

1 . ຄວາມໝາຍຂອງມວນສານ

ມະໂນພາບມວນສານ:ນໍ້າໜັກຂອງວັດຖຸຂຶ້ນກັບອາການຟີຊິກສາດໜຶ່ງທີ່ເປັນລັກສະນະສະເພາະຕົວມັນເອງ ອາການນັ້ນເອີ້ນວ່າ: ມວນສານຂອງວັດຖຸ.

ສະນັ້ນ, ມວນສານຂອງວັດຖຸໜຶ່ງແມ່ນອາການໜຶ່ງຊຶ່ງຂຶ້ນກັບແຕ່ລະລັກສະນະສະເພາະຂອງວັດຖຸນັ້ນເອງ ແລະ ສິ່ງຜົນສະທ້ອນເຖິງນໍ້າໜັກຂອງວັດຖຸ.

ຢູ່ບ່ອນດຽວ ກັນນໍ້າໜັກຂອງວັດຖຸຕ່າງໆ ເປັນອັດຕາສ່ວນພົວພັນກົງກັບມວນສານຂອງພວກມັນ.

ໃນເງື່ອນໄຂທໍາມະດາເວລາສັງເກດວັດຖຸຕ່າງໆທີ່ເຮັດດ້ວຍທາດດຽວກັນ ເພິ່ນເຄີຍເວົ້າວ່າ: ມວນສານຂອງວັດຖຸ ສະແດງເຖິງ ປະລິມານທາດບັນຈຸຢູ່ໃນວັດຖຸນັ້ນ.

2. ຫົວໜ່ວຍວັດແທກມວນສານ

ເພິ່ນກໍານົດເອົາກິໂລກຣາມເປັນຫົວໜ່ວຍພື້ນຖານໃນການວັດແທກມວນສານ ສັນຍະລັກດ້ວຍ ກກ ຫຼື kg.

- ຫົວໜ່ວຍທີ່ນ້ອຍກວ່າກິໂລກຣາມເອີ້ນວ່າອຸປະຄູນຂອງກິໂລກຣາມເຊິ່ງມີ:
  ເຮັກໂຕກຣາມ (ຮກ ຫຼື hg), ເດກາກຣາມ (ດກກ ຫຼື dag), ກຣາມ (ກ ຫຼື g), ເດຊີກຣາມ (ດກ ຫຼື dg), ຊັງຕີ ກຣາມ (ຊກ ຫຼື cg), ມິລີກຣາມ (ມກ ຫຼື mg).
- ຫົວໜ່ວຍທີ່ໃຫຍ່ກວ່າກິໂລກຣາມເອີນວ່າທະວີຄູນຂອງກິໂລກຣາມ ມີ ໂຕນ (ຕ ຫຼື T), ແກງຕານ (ກຕ ຫຼື q)

ອຸປະຄູນ ແລະ ທະວີຄູນຂອງກິໂລກຣາມມີຄ່າດັ່ງຕາຕະລາງລຸ່ມນີ້:

ທະວີຄູນຂອງກິໂລ ກຣາມ			ຫົວໜ່ວຍ ມາດຕະຖານ	ອຸປະຄູນຂອງກິໂລກຣາມ					
ໂຕນ	ແກງ ຕານ	ອຽນ	ກິໂລ ກຣາມ	ເຮັກໂຕ ກຣາມ	ເດກາ ກຣາມ	ກຣາ ມ	ເດຊີ ກຣາມ	ຊັງຕີ ກຣາມ	ມິລີ ກຣາມ
ຕ	ກຕ		ກກ	ຮກ	ດກກ	ກ	ດກ	ຊກ	ມກ
T	q		Kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
$1000kg$	100kg	10kg	1kg	0,1kg	0,01kg	1g	0,1g	0,01g	0,001g

3 . ການປ່ຽນຫົວໜ່ວຍວັດແທກມວນສານ

ການປ່ຽນຫົວໜ່ວຍວັດແທກມວນສານແມ່ນປ່ຽນໄປເທື່ອລະ 1 ຕົວເລກຕາມຕາຕະລາງ

ຕົວຢ່າງ: 35 T = 35000 kg

25,5kg = 25500 g

10000 kg = 10 T

2345 mg = 2,345 g

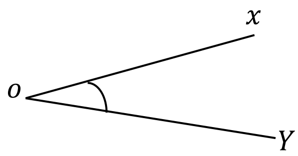
4. ບົດເຝິກຫັດ

1) ຈົ່ງປ່ຽນຫົວໜ່ວຍ ຈຳນວນມວນສານລຸ່ມນີ້ ອອກເປັນກິໂລກຣາມ(kg): $10T$; $2{,}5T$ $45g$; $100g$; $6020mg$.
2) ຈົ່ງປ່ຽນຫົວໜ່ວຍ ຈຳນວນມວນສານລຸ່ມນີ້ ອອກເປັນກຣາມ(g): $25kg$; $25{,}5hg$ $30dag$; $1000mg$; $2T$.
3) ຈົ່ງປ່ຽນຫົວໜ່ວຍ ຈຳນວນມວນສານລຸ່ມນີ້ ອອກເປັນໂຕນ (T) $100000kg$; 257q ; $3200g$; $3452\ dg$; $1500000mg$

ບົດທີ 16
ການວັດມູມ

1 . ຄວາມໝາຍຂອງມູມ

1.1 ການເອີ້ນຊື່ມູມ



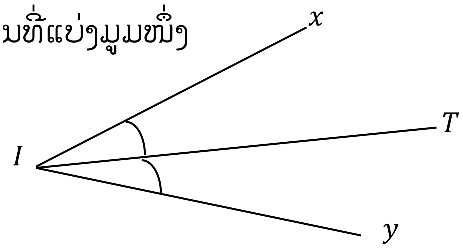
O ເອີ້ນວ່າຈອມຂອງມູມ

OX , OY ເອີ້ນວ່າຂ້າງຂອງມູມ

ສັນຍະລັກ $\widehat{XOY}$ ຫຼື $\widehat{Y0X}$ ອ່ານວ່າ: ມູມ XOY ຫຼື ມູມ YOX

1.2 ເສັ້ນແບ່ງເຄິ່ງມູມ

ແມ່ນເສັ້ນທີ່ແບ່ງມູມໜຶ່ງ ອອກເປັນສອງມູມເທົ່າກັນ(IT)



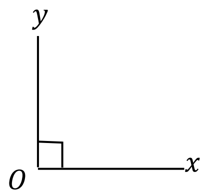
$\widehat{XIT} = \widehat{YIT} = \frac{\widehat{XIT}}{2}$

2. ມູມຊະນິດຕ່າງໆ

2.1 ມູມສາກ :

ແມ່ນມູມທີ່ມີສອງຂ້າງຂອງມູມຕັ້ງສາກກັນ ແລະ ມີຄ່າວັດແທກເທົ່າກັບ 90°

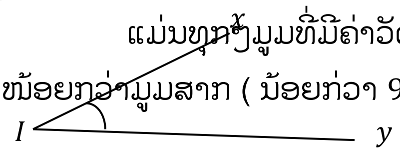
($1D$)ເຊັ່ນ: ແຈຝາຫ້ອງຮຽນ, ແຈກະດານ, ຕີນເສົາກັບພື້ນ...



$\widehat{xOy} = \widehat{yOx} = 90^{\circ}$

2.2 ມູມແຫຼມ:

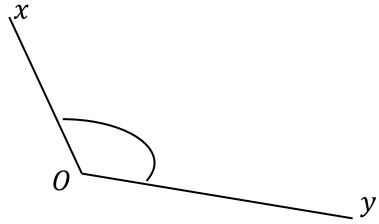
ແມ່ນທຸກໆມູມທີ່ມີຄ່າວັດແທກຫຼາຍກວ່າ 0° ແລະ ໜ້ອຍກວ່າມູມສາກ (ນ້ອຍກ່ວາ 90°)



$0^{\circ} < \widehat{xIy} < 90^{\circ}$

2.3 ມູມທວາ :

ແມ່ນທຸກໆມູມທີ່ມີຄ່າວັດແທກຫຼາຍກວ່າ

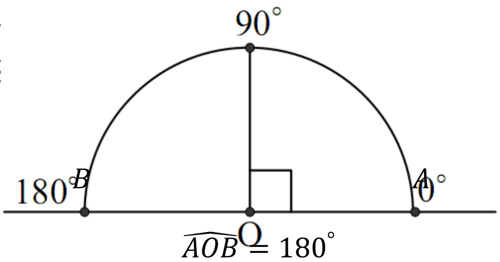


$90^{\circ} < \widehat{xOy} < 180^{\circ}$

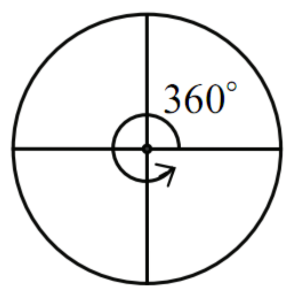
ມູມສາກ ແຕ່ໜ້ອຍກວ່າມູມພຽງ
(ຫຼາຍກ່ວາ 90°)

2.4 ມູມພຽງ :

ແມ ... ແລະ ມີຄ່າວັດແທກເທົ່າ ກັບສອງເທື່ອຂອງມູມ ສາກ
(2



2.5 ມູມເຕັມ



ແມ່ນມູມທີ່ເທົ່າກັບ360°
ຫຼື ເທົ່າສອງເທື່ອມູມພຽງ
ຫຼື ເທົ່າ ສີ່ເທື່ອມູມສາກ (4D)

3 . ຫົວໜ່ວຍວັດແທກມູມ

ຫົວໜ່ວຍວັດແທກມູມທີ່ເພິ່ນມັກໃຊ້ ແມ່ນອົງສາ (°) ຫຼື ປີ ຣາດ່ຽງ ($\pi\ rad$)

4 . ອຸປະກອນວັດແທກມູມ

ການວັດແທກມູມແມ່ນເພິ່ນໃຊ້ໄມ້ບັນທັດແທກມູມ

5. ບົດເຝິກຫັດ

1 . ມູມ 15°, 30°, 45°, 60°, 75°ເອີ້ນວ່າມູມຫຍັງ ?

2 . ມູມ 120°, 115°, 210°, 195°, 135° ເອີ້ນວ່າມູມຫຍັງ ?

3 . ມູມ 90°, 180°, 360° ເອີ້ນວ່າມູມຫຍັງ ?

4 . ຈົ່ງແຕ້ມມູມ15°, 16°, 95°, 250°, 270°.

ພາກທີ IV: ເລຂາຄະນິດ

ບົດທີ 17

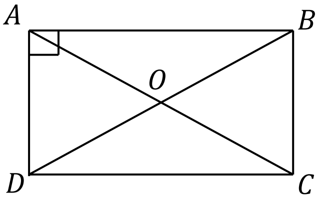
ຄວາມໝາຍຂອງເລຂາຄະນິດ

1. ເລຂາຄະນິດແມ່ນຫຍັງ?

ວິທະຍາສາດທີ່ໃຊ້ຄົ້ນຄ້ວາກ່ຽວກັບຮູບຮ່າງ, ຂະໜາດ ແລະ ທີ່ຕັ້ງສຳພັດຂອງວັດຖຸ ເອີ້ນວ່າ: ເລຂາຄະນິດ

2. ຮູບເລຂາຄະນິດໜ້າພຽງ

2.1 ຮູບສີ່ແຈ



2.1.1 ຮູບສີ່ແຈສາກ: ແມ່ນຮູບສີ່ແຈທີ່ມີ

- ສີ່ມູມເທົ່າກັນ ແລະ ເທົ່າກັບມູມສາກ
  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90°$
- ສອງຂ້າງເຊິ່ງໜ້າກັນຂະໜານກັນ ແລະເທົ່າກັນ

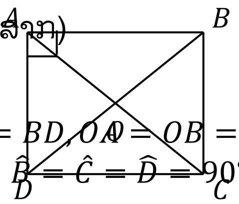
$(AB) \,//\, (CD)$,$AB = CD$ເອີ້ນວ່າ: **ລວງຍາວ**

$(AD) \,//\, (BC)$, $AD = BC$ ເອີ້ນວ່າ: **ລວງກ້ວາງ**

- ສອງເສັ້ນເນັ່ງຈອມຍາວເທົ່າກັນ ແລະ ຕັດກັນຢູ່ເມັດເຄິ່ງກາງຂອງແຕ່ລະເສັ້ນ
  $AC = BD, \; OA = OB = OC = OD$

2.1.2 ຮູບຈະຕຸລັດ

ແມ່ນຮູບສີ່ແຈສາກທີ່ສີ່ຂ້າງເທົ່າກັນ(ຄຸນລັກສະນະຕ່າງໆຄືກັບຮູບສີ່ແຈສາກ)

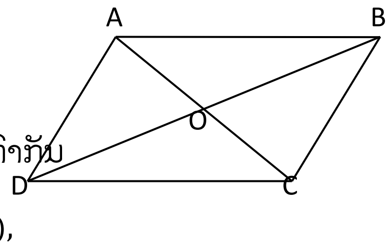


$AB = BC = CD = AD$ເອີ້ນວ່າ:ຂ້າງ

$AC = BD, OA = OB = OC = OD$

$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90°$

2.1.3 ຮູບສີ່ແຈຂ້າງຂະໜານ



ແມ່ນຮູບສີ່ແຈທີ່ມີ ສອງຂ້າງເຊິ່ງໜ້າຂະໜານກັນ ແລະ ເທົ່າກັນ ຕາມແຕ່ລະຄູ່ $(AB) \,//\, (CD)$, $(AD) \,//\, (BC)$ ແລະ $AB = CD, AD = BC$.

ມູມເຊິ່ງໜ້າກັນເທົ່າກັນຕາມແຕ່ລະຄູ່ (ສອງມູມແຫຼມ ແລະ ສອງມູມຫວາ) $\hat{A} = \hat{B}$ (ມູມແຫຼມ) ແລະ $\hat{B} = \hat{D}$ (ມູມຫວາ)

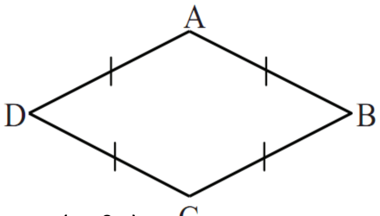
- ສອງມູມຖັດກັນບວກກັນເທົ່າ $2D$ ($180°$)

  $\hat{A} + \hat{B} = \hat{B} + \hat{C} = \hat{C} + \hat{D} = \hat{D} + \hat{A} = 180°$

- ສອງເສັ້ນເນັ່ງຈອມຕັດກັນຢູ່ຈຸດເຄິ່ງກາງຂອງແຕ່ລະເສັ້ນ.

AC ແມ່ນເສັ້ນເນັ່ງຈອມຍາວ,BD ແມ່ນ ເສັ້ນເນັ່ງຈອມສັ້ນ, $OA = OC, OB = OD$

2.1.4 ຮູບດອກຈັນ

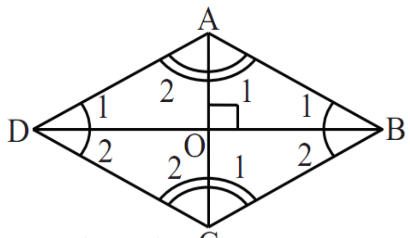


(»ø® ¡)

ນິຍາມ:

່ນຮູບສີ່ແຈຂ້າງຂະໜານທີ່ມີ ງທັງສີ່ຂ້າງລ່ວນແຕ່ເທົ່າກັນ.

(ເບິ່ງຕາມຮູບເຮົາໄດ້:$AB = BC = CD = DA$)



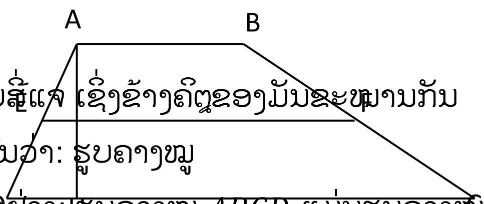
(»ø® ¢)

ຄຸນລັກສະນະ:

ສອງເສັ້ນັ່ນັ່ງຈອມຕັ້ງສາກກັນ $(AC) \perp (BD)$ ແລະ ເສັ້ນເນັ່ງຈອມເປັນເສັ້ນແບ່ງເຄິ່ງມູມ

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{C}_1 = \hat{C}_2$ ແລະ $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{D}_1 = \hat{D}_2$

2.1.5 ຮູບຄາງໝູ



ນິຍາມ:

ຮູບສີ່ແຈ ເຊິ່ງຂ້າງຄືຄູ່ຂອງມັນຂະໜານກັນ ເອີ້ນວ່າ: ຮູບຄາງໝູ

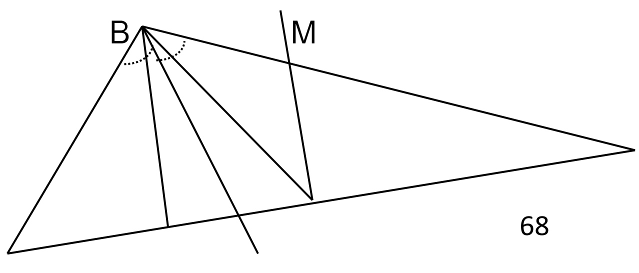
ຕົວຢ່າງ: ຮູບຄາງໝູ $ABCD$ ແມ່ນຮູບຄາງໝູ, ເຮົາໄດ້: CDແມ່ນພື້ນໃຫຍ່, ABແມ່ນພື້ນນ້ອຍ

AH ແມ່ນລວງສູງ, AD ແລະ BC ແມ່ນຂ້າງ EF ແມ່ນພື້ນສະເລ່ຍ

ສູດຄິດໄລ່ພື້ນສະເລ່ຍ $EF = \frac{AB+CD}{2}$

2.2 ຮູບສາມແຈ

ຮູບສາມແຈປະກອບມີສາມຂ້າງ, ສາມມູມ ແລະ ຜົນບວກສາມມູມໃນເທົ່າ $180°$



AB, BC, AC ແມ່ນຂ້າງ

A, B, C ແມ່ນຈອມ

C $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ ແມ່ນມູມ

A H N D $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^{\circ}$

BH ແມ່ນລວງສູງ ຫຼື ເສັ້ນຈອມສາກ,

BDແມ່ນເສັ້ນຈອມກາງ, DM ແມ່ນເສັ້ນກາງສາກ

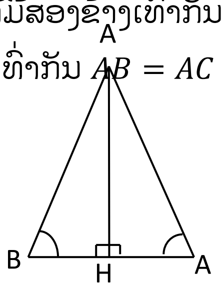
BN ແມ່ນເສັ້ນແບ່ງເຄິ່ງມູມ

(ຮູບສາມແຈໜຶ່ງມີ 3 ເສັ້ນຈອມສາກ, 3 ເສັ້ນຈອມກາງ, 3 ເສັ້ນກາງ ສາກ ແລະ 3 ເສັ້ນແບ່ງເຄິ່ງມູມ)

2.2.1 ຮູບສາມແຈທ່ຽງ:

ແມ່ນຮູບສາມແຈທີ່ມີສອງຂ້າງເທົ່າກັນ

ແລະ ສອງມູມພື້ນເທົ່າກັນ $AB = AC$ ແມ່ນຂ້າງ



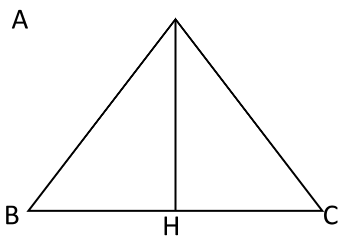
AH ແມ່ນລວງສູງ

BC ແມ່ນພື້ນ

$BH = HC$

$\hat{B}=\hat{C}$

2.2.2 ຮູບສາມແຈສະເໝີ

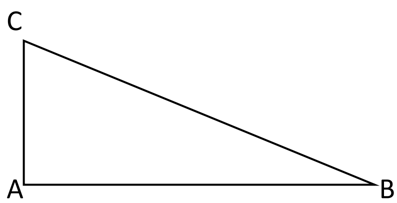


ມີສາມຂ້າງເທົ່າກັນ $AB = AC = BC$

$\hat{A}=\hat{B}=\hat{C}=60^{\circ}$

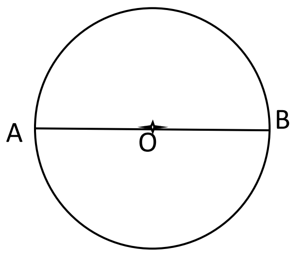
AH ແມ່ນລວງສູງ, BC ແມ່ນຂ້າງພື້ນ

2.2.3 ຮູບສາມແຈສາກ



- AB ຕັ້ງສາກ AC
- AB, AC ແມ່ນຂ້າງມູມສາກ
- BC ແມ່ນຂ້າງກົງສາກ

2.3 ຮູບແຜ່ນມົນ



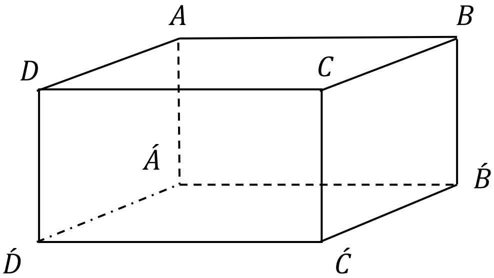
ເມັດ O ເອີ້ນວ່າເມັດໃຈກາງຂອງແຜ່ນມມົນ

$OA = R$ ເອີ້ນວ່າລັດສະໝີຂອງແຜ່ນມົນ

$AB = 2R$ ເອີ້ນວ່າເສັ້ນຜ່າກາງຂອງວົງມົນ

2.4 . ຮູບກ້ອນ

1 ຮູບກັບສາກ ແມ່ນຮູບກ້ອນທີ່ມີ ຫົກໜ້າ ແຕ່ລະໜ້າເປັນ ຮູບສີ່ແຈສາກ ສອງໜ້າເຊິ່ງກັນຂະໜານກັນ ແລະ ມີຂະໜາດເທົ່າກັນ.



$ABCD, A'B'C'D'$ -Àºš--¸È¾: -²œ-

$AA'B'B$, ...-Àºš--¸È¾-: ÎÉ¾-¢É¾¤

AA', BB'...-Àºš--¸È¾: -ì¸¤-¦ø¤

AB, DC... Àºš--¸È¾: -ì¸¤-¨¾¸

AD, BC...-Àºš--¸È¾-: ì¸¤-¡É¸¾¤

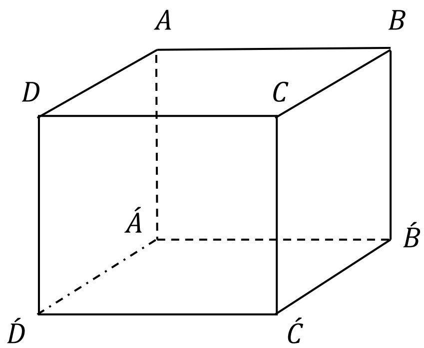
¦ñ-¨½ìñ¡©É¸¨ $ABCD.A'B'C'D'$

2. ຮູບກ້ອນສາກ

ແມ່ນຮູບກ້ອນທີ່ມີ ຫົກໜ້າ ແຕ່ລະໜ້າເປັນ ຮູບຈະຕຸລັດສອງໜ້າເຊິ່ງກັນ ຂະໜານກັນ ແລະ ມີຂະໜາດເທົ່າກັນ.

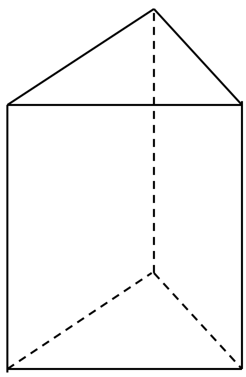
AB = BC = AA' Àºš--¸È¾: ìÈ¼´¢É¾¤.

- ê÷¡ÅÎÉ¾ìÉ¸-ÁªÈÀ¯ñ-»ø®¥½ª÷ìñ©.

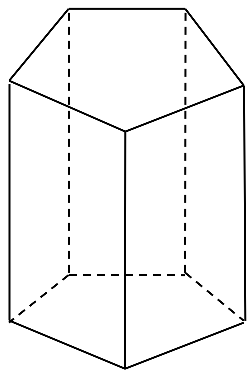


2.5 ຮູບທໍ່ລ່ຽມ

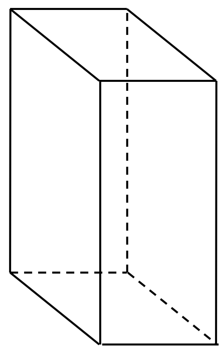
ແມ່ນຮູບກ້ອນທີ່ມີ ສອງໜ້າຂະໜານກັນ ແລະ ເທົ່າກັນເປັນຮູບຫຼາຍແຈ ເຊິ່ງເອີ້ນວ່າ: ພື້ນໜ້າເປັນຮູບສີ່ແຈສາກ ເຊິ່ງມີຈຳນວນໜ້າ ເທົ່າກັບຈຳນວນຂ້າງຂອງພື້ນ ເອີ້ນວ່າ: ໜ້າຂ້າງຂອງພື້ນ. ທຸກໆລ່ຽມຂ້າງລ້ວນແຕ່ມີລວງຍາວເທົ່າກັນ ເຊິ່ງເອີ້ນວ່າ: ລວງຍາວ(ລວງສູງ)ຂອງຮູບທໍ່.



(»ø®êÒ 3 ìÈ¼´)



(»ø®êÒ 6 ìÈ¼´)

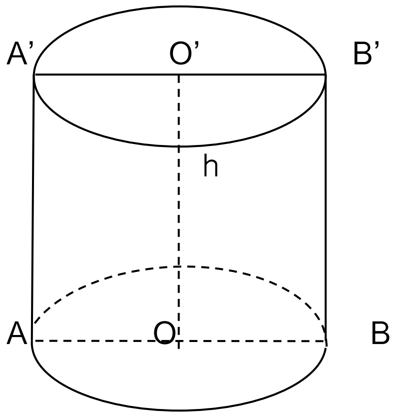


(»ø®êÒ 4 ìÈ¼´)

2.6 ຮູບທໍ່ກົມ

ແມ່ນຮູບທີ່ມີພື້ນເປັນຮູບແຜ່ນມົນ, ທັງສອງພື້ນເປັນຮູບແຜ່ນວົນ, ທີ່ລັດສະໝີເທົ່າກັນ ແລະ ຢູ່ໜ້າພຽງທີ່ຂະໜານກັນ.

- ເສັ້ນກຳເນີດຕັ້ງສາກກັບພື້ນ $(A\acute{A}) \perp (AO)$ ລວງຍາວຂອງເສັ້ນກຳເນີດ ແມ່ນລວງສູງຂອງ ຮູບທໍ່ກົມ.



AA'= ເສັ້ນໃຫ້ກຳເນີດ

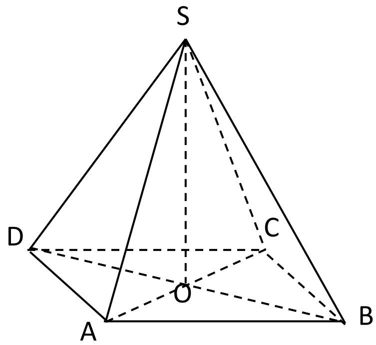
$OO' = h$ = ລວງສູງ

AO = ລັດສະໝີພື້ນ

2.7 ຮູບທາດລ່ຽມ.

ນິຍາມ: ຮູບເລຂາຄະນິດສາມມິຕິ ມີພື້ນເປັນຮູບຫຼາຍແຈມີຈອມ(ຍອດແຫຼມ) ທີ່ບໍ່ຢູ່ເທິງໜ້າພຽງດຽວກັນກັບພື້ນ ແລະ ໜ້າທຸກໆໜ້າເປັນຮູບສາມແຈທີ່ມີ ຈຸດຮ່ວມກັນ ຢູ່ຈອກນັ້ນເອີ້ນວ່າ: ຮູບທາດລ່ຽມ.

ເພິ່ນເອີ້ນຊື່ຂອງຮູບທາດລ່ຽມຕາມພື້ນຂອງມັນຄື: ຮູບທາດສາມລ່ຽມ, ສີ່ລ່ຽມ ... ເຊັ່ນ: ຮູບທາດ ສີ່ລ່ຽມລຸ່ມນີ້



ສັນຍະລັກ $S.ABCD$

S ເອີ້ນວ່າ: ຈອມ

$ABCD$ ແມ່ນພື້ນ

O ແມ່ນໃຈກາງຂອງພື້ນ

AB, BC, CD, AD ແມ່ນລ່ຽມພື້ນ

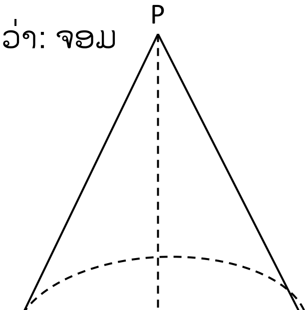
SA, SB, SC, SD ແມ່ນລ່ຽມຂ້າງ

SO ແມ່ນລວງສູງ

2.8 ຮູບຈວຍ

ຮູບເລຂາຄະນິດສາມມິຕິທີ່ມີພື້ນເປັນຮູບວົງມົນ ມີຈອມບໍ່ຢູ່ໜ້າພຽງດຽວກັນກັບພື້ນ ແລະ ເສັ້ນທີ່ຕໍ່ລະຫວ່າງຈອມ ແລະ ເມັດ ໃດໜຶ່ງເທິງຂອບຂອງພື້ນ ເປັນທ່ອນຊື່ ເອີ້ນວ່າ: ເສັ້ນກຳເນີດ, ກຸ່ມເສັ້ນກຳເນີດ, ແລະ ພື້ນເອີ້ນວ່າ: ຮູບຈວຍ.

P ເອີ້ນວ່າ: ຈອມ



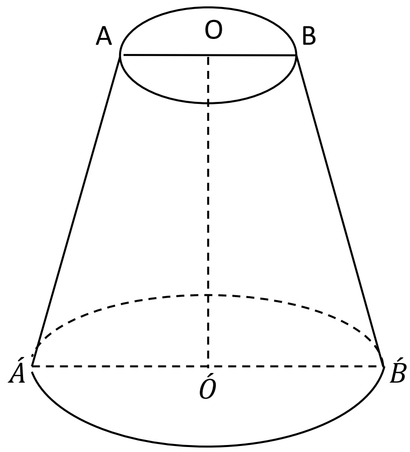
AB ເອີ້ນວ່າ: ເສັ້ນຜ່າກາງພື້ນ

AO ເອີ້ນວ່າ: ລັດສະໝີພື້ນ

AP ເອີ້ນວ່າ: ເສັ້ນໃຫ້ກຳເນີດ

PO ເອີ້ນວ່າ: ລວງສູງ

2.9 ຮູບຈວຍກຸດ



´ó 2 -²œ--À¯ñ--»ø®-¸ö¤´ö--ê†-¢½Î¾--¡ñ-

- ¸ö¤-´ö- O Àºš--¸È¾: ²œ--Ã¹¨È¸ö¤´ö-
- $O’$ Àºš-¸È¾: -²œ--Éº¨
- $OO’$ Àºš-¸È¾-: ì¸¤-¦ø¤
- $AA’$ Àºš--¸È¾: -À¦˜--Ã¹É-¡¿-À-ó-©
- AO Àºš-¸È¾: -ìñ©¦½Ïó-²œ--Éº¨
- $A’O’$ Àºš-¸È¾-: ìñ©¦½Ïó-²œ--Éº¨

3. ບົດເຝິກຫັດ

1 . ເລຂາຄະນິດແມ່ນຫຍັງ?

2 . ຮູບເລຂາຄະນິດໜ້າພຽງທີ່ເຮົາຮຽນມາມີຮູບໃດແດ່?

3 . ຮູບເລຂາຄະນິດກາງຫາວທີ່ເຮົາຮຽນມາມີຮູບໃດແດ່?

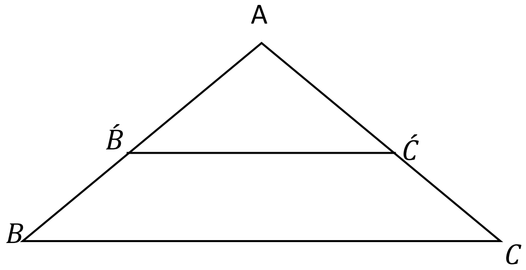
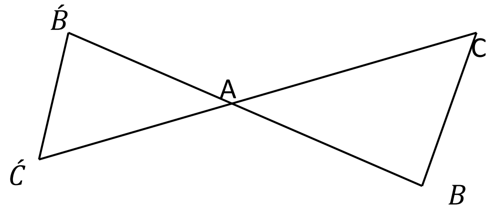
ບົດທີ 18

ຫຼັກເກນຕາແລັດ

1. ຫຼັກເກນຕາແລັດ

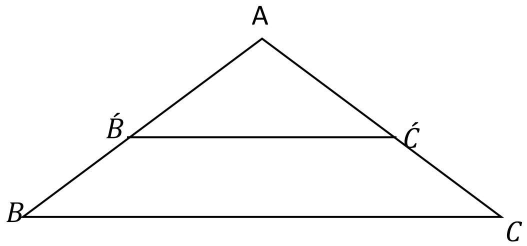
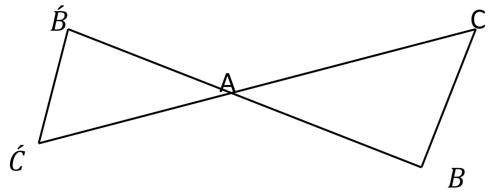
ຫຼັກເກນ: ໃນຮູບສາມແຈ ABC ຖ້າວ່າ ($B'C'$) ຂະໜານ (BC) ໂດຍວ່າ B' ຢູ່ເສັ້ນຊື່ (AB) ແລະ C' ຢູ່ເສັ້ນຊື່ (AC) ເຮົາຈະໄດ້ :

$$\frac{AB}{AB'}=\frac{AC}{AC'}=\frac{BC}{B'C'} \qquad \text{ຫຼື} \qquad \frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}$$

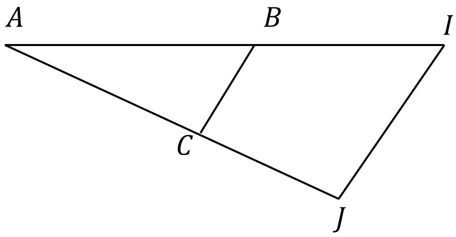



2. ຫຼັກເກນປີ້ນຂອງຕາແລັດ

ໃນຮູບສາມແຈ ABC ຖ້າວ່າ $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$ (ຈຸດ D ຢູ່ເສັ້ນຊື່ (AB) ແລະ ຈຸດ E ຢູ່ (AC) ເຮົາຈະໄດ້ (BC) ຂະໜານກັບ (DE)

ຕົວຢ່າງ: ເພິ່ນໃຫ້ຮູບສາມແຈ ABC ຈາກຈຸດ I ຢູ່ນອກທ່ອນຊື່ [AB] ເພິ່ນຂີດເສັ້ນຊື່ ຂະໜານກັບ (BC) ແລະ ຕັດ (AC) ຢູ່ຈຸດJ ຈົ່ງຊອກຫາລວງຍາວຂອງທ່ອນຊື່ [IJ] ຮູ້ວ່າ $BC = 3,5$; $AB = 7$ $AI = 10$.



ບົດແກ້

ຂໍ້ສົມມຸດ	ໃຫ້ΔABC ,$[IJ] \parallel [BC]$ $BC = 3,5$; $AB = 7$; $AI = 10$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	ຊອກ [IJ] =?

ຈາກຫຼັກເກນຕະແລັດ ເຮົາສາມາດຂຽນອັດຕາສ່ວນພົວພັນຂອງທ່ອນຊື່ດັ່ງນີ້:

$$\frac{AB}{AI}=\frac{BC}{IJ} \Leftrightarrow \frac{7}{10}=\frac{3,5}{IJ}$$

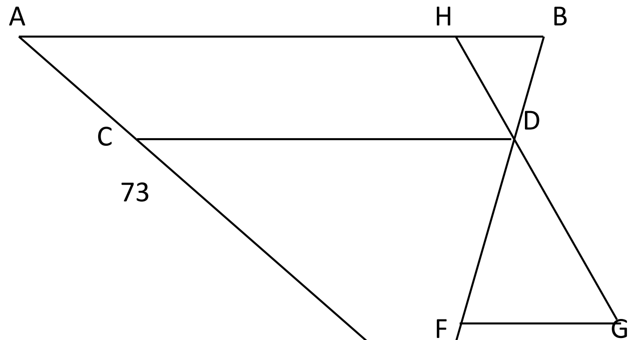
$$\Leftrightarrow IJ \times 7 = 10 \times 3,5 \Rightarrow IJ = \frac{10 \times 3,5}{7} = \frac{35}{7} = 5$$

3. ບົດເຝິກຫັດ

1 . ຈົ່ງຕອບຄຳຢືນຢັນໃນອັດຕາສ່ວນຕໍ່ໄປນີ້ດ້ວຍຄຳວ່າ: ຖືກ ຫຼື ຜິດ

ກ . $\frac{AB}{CD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BD}{BE}$

ຂ . $\frac{HB}{FG}=\frac{HD}{HG}=\frac{BD}{BF}$



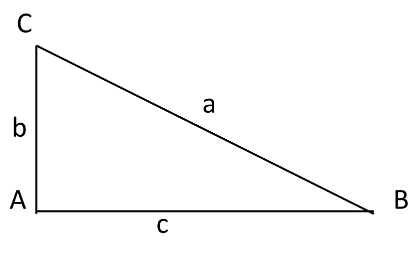
ຄ . $\frac{BH}{BA} = \frac{BD}{BE} = \frac{HD}{AE}$

ບົດທີ 19

ຫຼັກເກນປີຕາກໍ

1 . ຫຼັກເກນປີຕາກໍ

ຫຼັກເກນ : ໃນຮູບສາມແຈສາກໜຶ່ງກໍາລັງ



สอງຂອງກົງສາກເທົ່າຜົນບວກລະຫວ່າງ

ກຳລັງສອງຂອງສອງຂ້າງມູມສາກ.

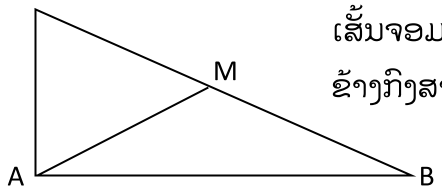
$BC^2 = AC^2 + AB^2$ ຫຼື $a^2 = b^2 + c^2$

$AC^2 = BC^2 - AB^2$

$AB^2 = BC^2 - AC^2$

2 . ການນຳໃຊ້

- ໃນຮູບສາມແຈສາກໜຶ່ງ



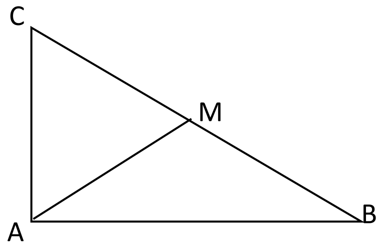
ເສັ້ນຈອມກາງທີ່ຂີດຈາກມູມສາກເທົ່າເຄິ່ງໜຶ່ງຂອງຂ້າງກົງສາກ

$$AM = \frac{\mathbf{BC}}{\mathbf{2}}$$

- ໃນຮູບສາມແຈສາກໜຶ່ງ,ເມັດເຄິ່ງກາງຂອງຂ້າງກົງສາກແມ່ນຈຸດໃຈກາງຂອງວົງມົນແນບ ຮູບສາມ ແຈ
- ປີ້ນຄືນ: ຖ້າຈຸ A ຫາກຢູ່ວົງມົນທີ່ມີເສັ້ນຜ່າກາງ BC ຮູບສາມແຈ ABC ຕ້ອງເປັນຮູບສາມແຈສາກ

ຕົວຢ່າງ1: ໃນຮູບສາມແຈສາກ ABC ສາກຢູ່ມູມ A, ຮູ້ວ່າຂ້າງ $AC = 12cm$ ແລະ ຂ້າງ $AB = 5cm$ ຈົ່ງຊອກຫາລວງຍາວຂອງຂ້າງ BC ແລະ ລວງຍາວຂອງທ່ອນຊື່ທີ່ຂີດ ຕໍ່ຈາກຈອມ A ຫາ M ເຊິ່ງແມ່ນເມັດເຄິ່ງກາງຂອງຂ້າງ BC

ບົດແກ້



ຂໍ້ສົມມຸດ	ໃຫ້ ABC ສາກຢູ່ A $AC = 12cm, AB = 5cm$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	ຊອກ BC=? ,AM=?

ຈາກຫຼັກເກນປີຕາກໍເຮົາມີ $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

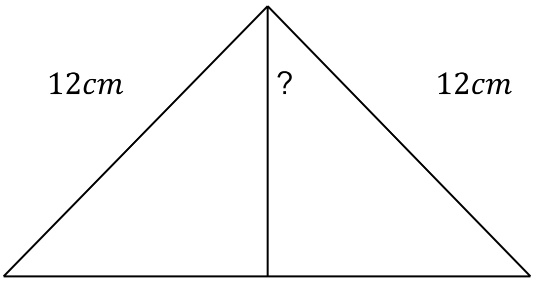
$$\Rightarrow BC = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

ຈາກສູດ $AM = \frac{BC}{2} = \frac{13}{2} = 6,5\ cm$

3. ບົດເຝິກຫັດ

1. ໃນຮູບສາມແຈສາກ ABC ສາກຢູ່ A ຮູ້ວ່າ $BC = 17cm$ ແລະ $AB = 8cm$ ຈົ່ງຊອກຫາລວງຍາວຂອງຂ້າງມູມສາກ AC ແລະ ລັດສະໝີຂອງວົງມົນແນບຮູບສາມແຈ ດັ່ງກ່າວ

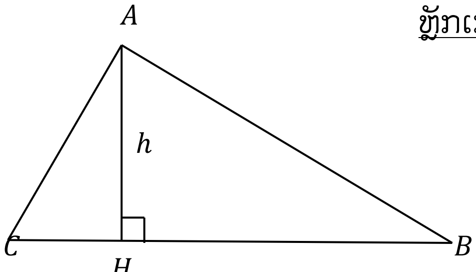
2. ຮູບສາມແຈສາກທ່ຽງໜຶ່ງ (ຄືຮູບ) ຈົ່ງຊອກຫາລວງສູງຂອງຮູບສາມແຈນັ້ນ, ເມື່ອຮູ້ວ່າ:



ຂ້າງມູມສາກຂອງມັນແມ່ນ 12cm?

ບົດທີ 20
ການຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສາມແຈ

1. ການຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່



<u>ຫຼັກເກນ:</u> ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສາມແຈເທົ່າກັບເຄິ່ງໜຶ່ງຂອງ

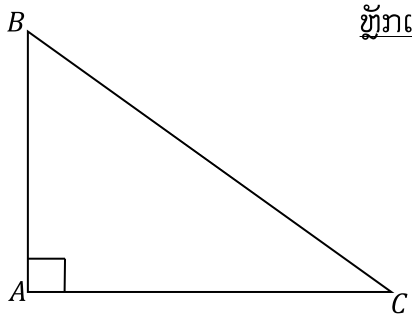
ຂ້າງພື້ນຄູນກັບລວງສູງ

$$\boxed{S = \frac{BC \times AH}{2}}$$

S ແມ່ນເນື້ອທີ່

$AH = h$ ແມ່ນລວງສູງ

BC ແມ່ນຂ້າງພື້ນ



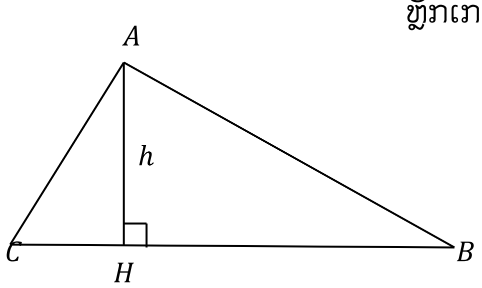
<u>ຫຼັກເກນເນື່ອງ:</u> ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສາມແຈສາກ ເທົ່າເຄິ່ງໜຶ່ງຜົນຄູນຂອງສອງຂ້າງມູມສາກ

$$\boxed{S = \frac{AB \times AC}{2}}$$

S ແມ່ນເນື້ອທີ່

AB, AC ແມ່ນຂ້າງມູມສາກ

2. ການຄິດໄລ່ລວງຮອບ



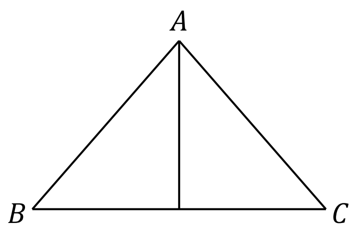
ຫຼັກເກນ: ລວງຮອບຂອງຮູບສາມແຈເທົ່າຜົນບວກ ຂອງສາມຂ້າງ

$$\boxed{P = AB + BC + AC}$$

P ແມ່ນລວງຮອບ; AB, AC, BC ແມ່ນຂ້າງ

ຕົວຢ່າງ: ຮູບສາມແຈທ່ຽງ ABC ໜຶ່ງມີຂ້າງພື້ນເທົ່າກັບ $6cm$, ລວງສູງເທົ່າກັບ $4cm$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ ລວງຮອບ ແລະ ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສາມແຈດັ່ງກ່າວ.

ບົດແກ້



ຂໍ້ສົມມຸດ	$AB = AC, BC = 6cm, AH = 4cm$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	$s = ?, P = ?$

ຈາກສູດ $S = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12\ cm^2$

ຈາກສູດ $P = AB + BC + AC$

ເຮົາຕ້ອງຊອກຫາ $AB = AC = ?$

ໃນຮູບສາມແຈສາກ HAB

ເຮົາມີ$AB^2 = AH^2 + HB^2 = AH^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

$AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5cm$

$$\Rightarrow P = 5 + 6 + 5 = 16\ cm$$

3. ບົດເຝິກຫັດ

1 . ຮູບສາມແຈສາກABC ມີສອງຂ້າງມູມສາກ ເທົ່າກັບ $4cm$ ແລະ $3cm$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ລວງຮອບ
ແລະ ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສາມແຈດັ່ງກ່າວ.

2. ຮູບສາມແຈສະເໝີໜຶ່ງມີລວງຮອບເທົ່າກັບ $18dm$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ລວງສູງ ແລະ ເນື້ອທີ່ຂອງ
ຮູບສາມ ແຈ ດັ່ງກ່າວນັ້ນ.

ບົດທີ 21

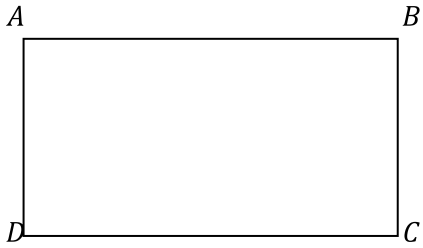
ການຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ ແລະ ລວງຮອບຂອງຮູບສີ່ແຈ

1. ຮູບສີ່ແຈສາກ

ກ. ການຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສີ່ແຈສາກເທົ່າກັບຜົນຄູນລະຫວ່າງລວງຍາວ ແລະ ລວງກວ້າງ

$$S = AB \times BC$$



S ແມ່ນເນື້ອທີ່

AB ແມ່ນຂ້າງຍາວ

BC ແມ່ນຂ້າງກວ້າງ

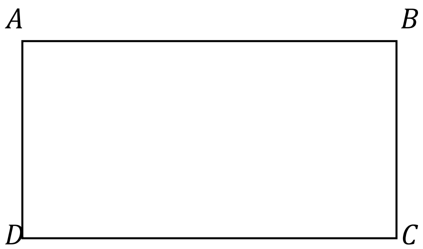
ຂ. ການຄິດໄລ່ລວງຮອບ

ຫຼັກເກນ: ລວງຮອບຂອງຮູບສີ່ແຈສາກເທົ່າກັບຜົນບວກລວງຍາວຂອງສີ່ຂ້າງ ຫຼື ເທົ່າກັບສອງ ເທື່ອຂອງຜົນບວກລວງຍາວ ແລະ ລວງກວ້າງ

$S = AB + BC + CD + AD$ Íõ $S = 2 \times (AB + BC)$

ຕົວຢ່າງ: ສວນຕອນໜຶ່ງເປັນຮູບສີ່ແຈສາກຍາວ $120m$ ແລະ ກວ້າງ $80m$ ຖາມວ່າສວນຕອນນັ້ນມີ ເນື້ອທີ່ເທົ່າໃດ ແລະ ລວງຮອບຂອງສວນມີເທົ່າໃດ?

ບົດແກ້



ຂໍ້ສົມມຸດ	$AB = 120m, BC = 80m$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	$S = ?\ , P = ?$

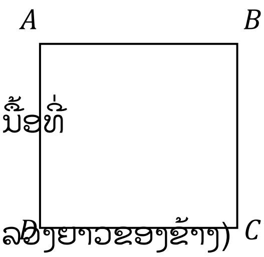
$$S = AB \times BC = 120 \times 80 = 9600\ m^2$$
$$P = 2 \times (AB + BC) = 2 \times (120 + 80)$$
$$= 2 \times 200 = 400\ m$$

2. ຮູບຈະຕຸລັດ

ກ. ການຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບຈະຕຸລັດເທົ່າຂ້າງຄູນຂ້າງ

$$S = AB \times BC = AB^2 = a^2$$



S ແມ່ນເນື້ອທີ່

a ແມ່ນລວງຍາວຂອງຂ້າງ

($AB = a$ ແມ່ນລວງຍາວຂອງຂ້າງ)

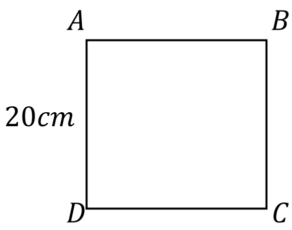
ຂ. ການຄິດໄລ່ລວງຮອບ

ຫຼັກເກນ: ລວງຮອບຂອງຮູບຈະຕຸລັດເທົ່າຜົນບວກຂອງສີ່ຂ້າງ ຫຼື ເທົ່າກັບຂ້າງຄູນສີ່

$$S = AB + BC + CD + AD = 4AB$$

ຕົວຢ່າງ: ດິນຕອນໜຶ່ງເປັນຮູບຈະຕຸລັດ ມີຂ້າງຍາວເທົ່າ $20m$ ຈົ່ງຊອກຫາເນື້ອທີ່ ແລະ ລວງຮອບ ຂອງດິນຕອນນັ້ນ.

ບົດແກ້



ຂໍ້ສົມມຸດ $AB = BC = CD = AD = 20m$

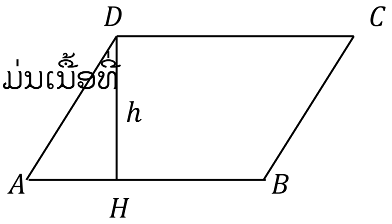
ຂໍ້ສະຫຼຸບ $S = ?, P = ?$

$S = AB^2 = 20^2 = 400\ m^2$

$P = 4 \times AB = 4 \times 20 = 80m$

3. ຮູບສີ່ແຈຂ້າງຂະໜານ

ກ. ການຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່



S ແມ່ນເນື້ອທີ່

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສີ່ແຈຂ້າງຂະໜານ ເທົ່າຜົນຄູນຂອງລວງຍາວຂ້າງພື້ນກັບລວງສູງ

$$\boxed{S = AB \times h}$$

AB ແມ່ນຂ້າງພື້ນ

$h = DH$ ແມ່ນລວງສູງ

ຂ. ການຄິດໄລ່ລວງຮອບ

ຫຼັກເກນ: ລວງຮອບຂອງຮູບສີ່ແຈຂ້າງຂະໜານເທົ່າກັບສອງເທື່ອຜົນບວກລະຫວ່າງຂ້ອງພື້ນ ກັບ ລວງຍາວຂ້າງ.

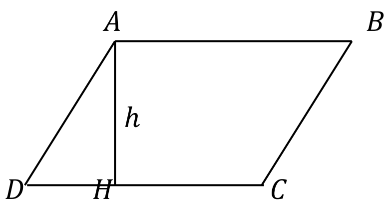
$$\boxed{P = (AB + BC) \times 2}$$

P ແມ່ນລວງຮອບ

BC ແມ່ນຂ້າງ

ຕົວຢ່າງ: ສວນຕອນໜຶ່ງເປັນຮູບສີ່ແຈຂ້າງຂະໜານ ມີຂ້າງກວ້າງເທົ່າ 150m, ຂ້າງຍາວ ແທກໄດ້ 300m ແລະລວງສູງຂອງສວນເທົ່າ 120m ເນື້ອທີ່ຂອງສວນດັ່ງກ່າວເທົ່າກັບ ເທົ່າໃດ? ແລະ ຖ້າລ້ອມຮົ້ວດ້ວຍໜາມໝາກຈັບ 5 ຮາວຈະໝົດໜາມໝາກຈັບຈັກແມັດ ?

ບົດແກ້



ຂໍ້ສົມມຸດ	$AB = 300m, BC = 150m, AH = 120m$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	$S = ?, 5P = ?$

ຈາກສູດ $S = AB \times h = 300 \times 120 = 36000m^2$

ຈາກສູດ$P = (AB + BC) \times 2 = (300 + 150) \times 2 = 450 \times 2 = 900m$

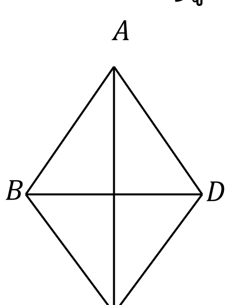
$\Rightarrow 5P = 5 \times 900 = 4500m$

ຕອບ: ເນື້ອທີ່ເທົ່າ $3600m2$ ແລະຕ້ອງໃຊ້ໜາມໝາກຈັບ $4500m$

4. ຮູບດອກຈັນ

ກ. ການຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບດອກຈັນເທົ່າເຄິ່ງໜຶ່ງຜົນຄູນຂອງສອງເສັ້ນເນັ່ງຈອມ.



$$\boxed{S = \frac{AC \times BD}{2}}$$

S ແມ່ນເນື້ອທີ່

AC ແມ່ນເສັ້ນເນັ່ງຈອມຍາວ

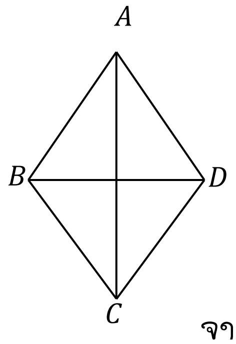
BD ແມ່ນເສັ້ນເນັ່ງຈອມສັ້ນ

ຂ. ການຄິດໄລ່ລວງຮອບ

ຫຼັກເກນ: ລວງຮອບຂອງຮູບດອກຈັນເທົ່າກັບຂ້າງຄູນສີ່ ຫຼື ເທົ່າກັບສີ່ຂ້າງບວກກັນ

$$\boxed{P = 4 \times AB = AB + BC + CD + AD}$$

ຕົວຢ່າງ: ນາໄຮ່ເປັນຮູບດອກຈັນມີຂ້າງເທົ່າ $5m$ເສັ້ນເນັ່ງຈອມສັ້ນແທກໄດ້ $6m$ຈົ່ງຄິດໄລ່ ລວງຮອບ ແລະ ເນື້ອທີ່ຂອງນາໄຮ່ນັ້ນ



ບົດແກ້

ຂໍ້ສົມມຸດ	$AB = 5m\,, BD = 6m$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	$P = ?,\ S = ?$

ຈາກສູດ $P = 4 \times AB = 4 \times 5 = 20m$

ຈາກສູດ $S = \frac{AC \times BD}{2}$ ເຮົາຕ້ອງຊອກ AC ເຮົາມີ $AC = 2 \times AO$

ຈາກຮູບສາມແຈສາກ OAB ເຮົາມີ:

$OA^2 = AB^2 - OB^2$

$$OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4m$$

ດັ່ງນັ້ນ $AC = 2 \times 4 = 8m$

ເຮົາຈະໄດ້ $S = \frac{8 \times 6}{2} = \frac{48}{2} = 24\ m^2$

5. ຮູບຄາງໝູ

ກ. ການຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບຄາງໝູເທົ່າກັບພື້ນໃຫຍ່ ບວກພື້ນນ້ອຍຄູນກັບລວງສູງແລ້ວຫານ ໃຫ້ສອງ

$$S = \frac{(AB + CD)AH}{2}$$

S ແມ່ນເນື້ອທີ່, $AH = h$ ລວງສູງ

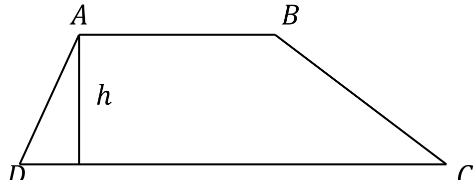
AB ພື້ນນ້ອຍ, CD ພື້ນໃຫຍ່

ຂ. ການຄິດໄລ່ລວງຮອບ

ຫຼັກເກນ: ລວງຮອບຂອງຮູບຄາງໝູເທົ່າພື້ນໃຫຍ່ບວກກັບພື້ນນ້ອຍບວກກັບສອງຂ້າງ

$$\boxed{P = AB + CD + AD + BC}$$

ຕົວຢ່າງ: ຮູບຄາງໝູໜຶ່ງມີຂ້າງເທົ່າ $5cm$ ແລະ 6cm ພື້ນໃຫຍ່ເທົ່າກັບ$10cm$ ພື້ນນ້ອຍ ເທົ່າກັບ $8cm$ ແລະ ລວງສູງເທົ່າກັບ$4cm$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ລວງຮອບ ແລະ ເນື້ອທີ່ຂອງ ຮູບຄາງໝູນັ້ນ ?



ບົດແກ້

ຂໍ້ສົມມຸດ	$AB = 8cm, CD = 10cm, AD = 5cm$ $BC = 6cm, AH = 4cm$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	$P = ?, S = ?$

$P = AB + BC + CD + AD = 8 + 6 + 10 + 5 = 29\ cm$

$S = \frac{(AB+CD)AH}{2} = \frac{(8+10)4}{2} = 36cm$

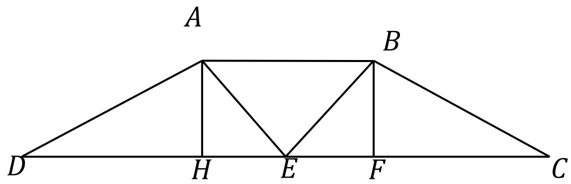
6. ບົດເຝິກຫັດ

1) ດິນຕອນໜຶ່ງເປັນຮູບສີ່ແຈສາກມີຂ້າງຍາວເທົ່າກັບ $130m$ ແລະ ຂ້າງກວ້າງເທົ່າກັບ $110m$ ເພິ່ນ ຕັດທີ່ນທາງຜ່ານກາງຕາມທາງຍາວຂອງດິນໜ້າທາງກວ້າງ $4m$ ຈົ່ງຊອກຫາເນື້ອທີ່ຂອງເສັ້ນທາງໃນສວນ ແລະ ເນື້ອທີ່ສວນທີ່ຍັງເຫຼືອ.
2) ສວນຕອນໜຶ່ງເປັນຮູບຈະຕຸລັດມີຂ້າງເທົ່າ $26m$ ລາວຈະລ້ອມຮົ້ວເຊິ່ງໄລຍະຫ່າງຂອງຫຼັກຮົ້ວແມ່ນ $2m$ ແລະ ໜາມໝາກຈັບທີ່ຈະລ້ອມແມ່ນສີ່ເສັ້ນ (ສີ່ຮາວ) ຖາມວ່າສວນຕອນນັ້ນມີເນື້ອທີ່ ເທົ່າໃດ, ມີ ຮົ້ວຈັກຫຼັກ ແລະ ໃຊ້ໜາມໝາກຈັບເຮັດຮົ້ວຈັກແມັດ ?
3) ປ້າຍໂຄສະນາຊະນິດໜຶ່ງເປັນຮູບສີ່ແຈຂ້າງຂະໜານມີເນື້ອທີ່ເທົ່າ $70.000cm2$ ຮູ້ວ່າລວງສູງຂອງ ປ້າຍນັ້ນເທົ່າ $2m$ ຖາມວ່າລວງຍາວຂອງປ້າຍໂຄສະນານັ້ນເທົ່າໃດ?
4) ນາໄຮ່ໜຶ່ງເປັນຮູບດອກຈັນເສັ້ນເນັ່ງຈອມເທົ່າ $16m$ ແລະ $12m$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ລວງຮອບ ແລະ ເນື້ອທີ່ ຂອງນາໄຮ່ນັ້ນ.
5) ຈາກຮູບ ແລະ ຂໍ້ມູນຕ່າງໆລຸ່ມນີ້ ຈົ່ງຄິດໄລ່

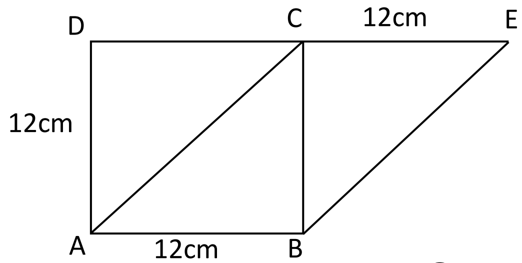
   ກ. $AB = DH = FC = 3cm$

   $AH = 2cm$

   $P = ?$ $S = ?$



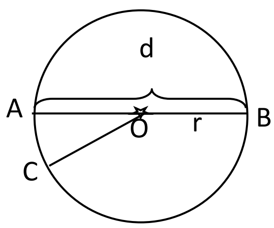
ຂ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ທັງໝົດ ແລະ ລວງຮອບຂອງຮູບ $ABECD$ ດັ່ງຮູບແຕ້ມລຸ່ມນີ້:



ບົດທີ 22

ການຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ ແລະ ລວງຮອບຂອງຮູບແຜ່ນມົນ

1. ການຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ຂອງແຜ່ນມົນ



ຫຼັກເກນ : ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບແຜ່ນມົນເທົ່າ π ຄູນກັບລັດສະໝີຂຶ້ນກຳລັງສອງ

$\boldsymbol{S = \pi r^2}$

S ແມ່ນເນື້ອທີ່ຂອງແຜ່ນມົນ

$r = OC = OA = OB$ ແມ່ນລັດສະໝີຂອງແຜ່ນມົນ

$d = AB$ ແມ່ນຜ່າກາງຂອງແຜ່ນມົນ

π ແມ່ນຈຳນວນຄົງຄ່າ ($\pi = 3{,}14$)

2. ການຄິດໄລ່ລວງຮອບຂອງແຜ່ນມົນ

ຫຼັກເກນ: ລວງຮອບຂອງຮູບແຜ່ນມົນເທົ່າກັບ 2 ເທື່ອຜົນຄູນລະຫວ່າງ ລັດສະໝີ ກັບປີ (π)

$$\boxed{P = 2\pi r \text{ ໃຊ້ } P = \pi d}$$

P ແມ່ນລວງຮອບຂອງຮູບແຜ່ນມົນ

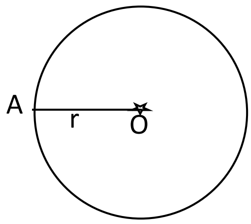
r ແມ່ນລັດສະໝີ

d ແມ່ນເສັ້ນຜ່າກາງ

$\pi = 3{,}14$

ຕົວຢ່າງ1: ແຜ່ນມົນໜຶ່ງມີລັດສະໝີເທົ່າ 8cm ຈົ່ງຄິດໄລ່ລວງຮອບ ແລະ ເນື້ອທີ່ຂອງ ແຜ່ນມົນນັ້ນ.

ບົດແກ້



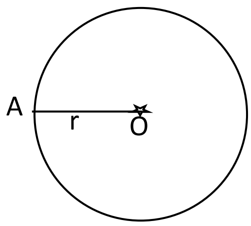
ຂໍ້ສົມມຸດ	$OA = R = 8cm$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	$S = ?$ $P = ?$

ຈາກສູດ $S = \pi R^2 = 3{,}14 \times 8^2 = 3{,}14 \times 64 = 201{,}96\ cm^2$

ແລະ ສູດ $P = 2\pi R = 2 \times 3{,}14 \times 8 = 6{,}28 \times 8 = 50{,}24cm$

ຕົວຢ່າງ2: ແຜ່ນມົນໜຶ່ງມີລວງຮອບເທົ່າກັບ $314mm$ ຈົ່ງຊອກຫາລັດສະໝີ ແລະ ເນື້ອທີ່ຂອງແຜ່ນມົນນັ້ນ.

ບົດແກ້



ຂໍ້ສົມມຸດ	$P = 314mm$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	$r = ?$ $S = ?$

ຈາກສູດ $P = 2\pi R \Rightarrow R = \dfrac{P}{2\pi} = \dfrac{314}{2\times 3{,}14} = \dfrac{314}{6{,}28} = 50\ mm$

ແລະ ຈາກສູດ $S = \pi R^2 = 3{,}14 \times 50^2 = 3{,}14 \times 2500 = 1570\ mm^2$

3. ບົດເຝິກຫັດ

1) ມີປ້າຍຫ້າມຈອດອັນໜຶ່ງຢູ່ແຄມຖະໜົນເຈົ້າຟ້າງຸ່ມເປັນຮູບແຜ່ນມົນມີລັດສະໝີເທົ່າກັບ 30 cm ຈົ່ງ ຄິດໄລ່ລວງຮອບ ແລະ ເນື້ອທີ່ຂອງປ້າຍຫ້າມຈອດນັ້ນ.
2) ໜານດອກໄມ້ຢູ່ສວນປະຕູໄຊນະຄອນຫຼວງວຽງຈັນ ເປັນຮູບແຜ່ນມົນມີເນື້ອທີ່ເທົ່າກັບ $625\pi\ m^2$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ລັດສະໝີ, ເສັ້ນຜ່າກາງ ແລະ ລວງຮອບຂອງໜານດອກໄມ້ນັ້ນ .
3) ປ້າຍໂຄສະນາສິນຄ້າຊະນິດໜຶ່ງເປັນຮູບແຜ່ນມົນມີລວງຮອບເທົ່າກັບ $40\pi\ dm$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ ລັດສະໝີ ແລະ ເນື້ອທີ່ຂອງແຜ່ນປ້າຍໂຄສະນາແຜ່ນນັ້ນ.

ບົດທີ 23

ເນື້ອທີ່ ແລະ ບໍລິມາດຂອງຮູບກັບສາກ

1. ຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່

1.1 ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງຂອງຮູບທໍ່ລ່ຽມສາກເທົ່າຜົນຄູນລວງຮອບພື້ນກັບ ລວງຍາວ ຂອງລ່ຽມ ຫຼື ລວງສູງຂອງຮູບ.

Sº¢=PL Íõ Sº¢= Ph

P ແມ່ນລວງຮອບຂອງຮູບ

$L = h$ ແມ່ນລວງຍາວ ຫຼື ລວງສູງຂອງຮູບ

1.2 ເນື້ອທີ່ທັງໝົດ

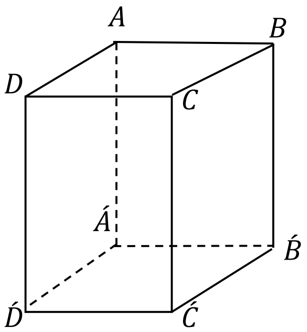
ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ທັງໝົດຂອງຮູບທໍ່ລ່ຽມເທົ່າຜົນຄູນເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງກັບສອງເທື່ອເນື້ອທີ່ພື້ນ.

$$\boxed{S_{ëï}=S_{øç}+2B}$$

ຕົວຢ່າງ:

ໃຫ້ຮູບທາດລ່ຽມສາກໜຶ່ງເຊິ່ງມີພື້ນເປັນຮູບຈະຕຸລັດຂ້າງພື້ນເທົ່າ 5cm ລ່ຽມຂ້າງ ເທົ່າກັບ 16cm ຈົ່ງຄິດໄລ່ ເນື້ອທີ່ພື້ນ, ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ ແລະ ເນື້ອທີ່ທັງໝົດຂອງມັນ?

ບົດແກ້



ຂໍ້ສົມມຸດ	ຮູບທໍ່ $ABCD.A'B'C'D'$ $AB = BC = 5cm, AA' = 16cm$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	$B = ?$, $S_{ອຂ} = ?$, $S_{ທໝ} = ?$

$B = AB2 = 52 = 25cm2$

$S_{ອຂ} = PL = (4AB)L = 4x5x16 = 320\ cm2$

$S_{ທໝ} = S_{ອຂ} + 2B = 320 + (2x25) = 320 + 50 = 370\ cm2$

2. ຄິດໄລ່ບໍລິມາດ

ຫຼັກເກນ: ບໍລິມາດຂອງຮູບທໍ່ລ່ຽມເທົ່າກັບຜົນຄູນເນື້ອທີ່ພື້ນ ກັບ ລວງສູງ.

$$\boxed{\boldsymbol{V = B \times h}}$$

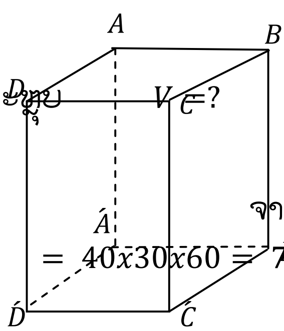
V ແມ່ນບໍລິມາດ.

B ແມ່ນເນື້ອທີ່ພື້ນ.

h ແມ່ນລວງສູງ

ຕົວຢ່າງ: ຮູບທໍ່ລ່ຽມສາກໜຶ່ງມີຂ້າງພື້ນເທົ່າ $30cm$ ແລະ $40cm$ ລວງສູງເທົ່າ $60cm$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ບໍລິ ມາດຂອງຮູບທໍ່ນັ້ນ.

ບົດແກ້



ຂໍ້ສົມມມຸດ	ທໍ່ລ່ຽມສາກ $ABCD.A'B'C'D'$ $AB = CD = 40cm, BC = AD = 30cm$ $AA' = 60cm$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	$V = ?$

ຈາກສູດ $V = Bh = ABxBCxh$

$= 40x30x60 = 73000\ Cm^3$

3. ບົດເຝິກຫັດ

1) ຮູບທໍ່ລ່ຽມສາກໜຶ່ງມີພື້ນເປັນຮູບຈະຕຸລັດມີຂ້າງເທົ່າກັບ $8cm$ ແລະ ລວງສູງເທົ່າກັບ $12cm$ ຈົ່ງ ຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ທັງໝົດ ແລະ ບໍລິມາດຂອງຮູບທໍ່ນັ້ນ.
2) ມີຮູບທໍ່ລ່ຽມສາກໜຶ່ງເຊິ່ງພື້ນເປັນຮູບສີ່ແຈສາກທີ່ມີຂ້າງກ້ວາງເທົ່າກັບ $30cm$ ເສັ້ນເບັ່ງຈອມຂອງ ພື້ນເທົ່າກັບ $50cm$ ແລະ ລວງສູງເທົ່າກັບ$70cm$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ ແລະ ບໍລິມາດຂອງທໍ່ລ່ຽມນັ້ນ.

ບົດທີ 24
ເນື້ອທີ່ ແລະ ບໍລິມາດຂອງຮູບທໍ່ກົມ

1. ຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່

1.1 ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງເທົ່າກັບຜົນຄູນລວງຮອບພື້ນກັບລວງສູງ.

$S_{ອຂ}$ ແມ່ນເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ

$\boxed{S_{ອຂ} = P\times h = 2\pi Rh}$

P ແມ່ນລວງຮອບພື້ນ

h ແມ່ນລວງສູງ

R ແມ່ນລັດສະໝີ , $\pi = 3{,}14$

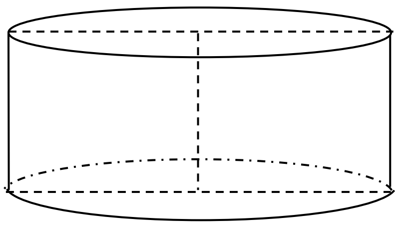
1.2 ເນື້ອທີ່ທັງໝົດ

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ທັງໝົດຂອງຮູບທໍ່ເທົ່າກັບ ຜົນບວກ ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງກັບສອງເທື່ອເນື້ອທີ່ຂອງພື້ນ.

$$\boxed{S_{êï} = S_{°ç} + 2B = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi R(h + R)}$$

ຕົວຢ່າງ1: ແທ່ງສ້າງອັນໜຶ່ງ, ມີສັ້ນຜ່າກາງພື້ນເທົ່າ 150 cm ລວງສູງເທົ່າ 70 cm ຈົ່ງຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ ຂອງປາກແທ່ງ, ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ ແລະ ເນື້ອທີ່ທັງໝົດຂອງ ແທ່ງສ້າງນັ້ນ.

ບົດແກ້



ຂໍ້ສົມມຸດ	ໃຫ້ $d = 150\ cm, h = 70\ cm$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	ຄິດໄລ່ B =?,$S_{ອຂ}$=?,$S_{ທໝ}$=?

ຈາກສູດ $B = \pi R^2$ ເຊິ່ງ $R = \frac{d}{2} = \frac{150}{2} = 75cm$

$B = \pi \times 7{,}5^2 = 5625\pi\ cm^2 = 17625{,}5cm^2$

ຈາກສູດ $S_{ອຂ} = 2\pi Rh = 2 \times \pi \times 75 \times 70 = 10500\pi cm^2$

ຈາກສູດ$S_{ທໝ} = S_{ອຂ} + 2B = 10500\pi + 2 \times 5625\pi = (10500 + 11250)\pi = 21750\pi cm^2$

3. ຄິດໄລ່ບໍລິມາດ

ຫຼັກເກນ: ບໍລິມາດຂອງຮູບທໍ່ກົມເທົ່າກັບເນື້ອທີ່ພື້ນຄູນກັບລວງສູງ

$$\boxed{V = Bh}$$

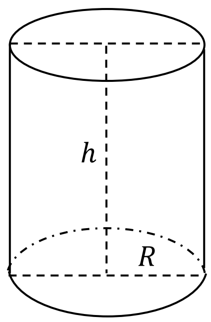
V ແມ່ນບໍລິມາດ,

B ແມ່ນເນື້ອທີ່ພື້ນ,

h ແມ່ນລວງສູງ

ຕົວຢ່າງ1: ອ່າງເກັບນ້ຳໜ່ວຍໜຶ່ງເປັນຮູບທໍ່ກົມສູງ $6m$ ແລະ ມີລັດສະໝີພື້ນເທົ່າກັບ $2m$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ ບໍລິມາດຂອງອ່າງໜ່ວຍນັ້ນ.

ບົດແກ້



ຂໍ້ສົມມຸດ	$R = 2m, h = 6m$
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	ຄິດໄລ່ V =?

ຈາກສູດ$V = Bh = \pi R^2 h = \pi 2^2 h = 24\pi\ cm^2$

4. ບົດເຝິກຫັດ

1 . ຮູບທໍ່ກົມໜຶ່ງມີລວງສູງເທົ່າ $20dm$ ແລະ ລັດສະໝີພື້ນເທົ່າ $5cm$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ທັງໝົດ ແລະ ບໍລິມາດຂອງຮູບທໍ່ກົມນັ້ນ.

2 . ລວງຮອບຂອງປາກທໍ່ອັນໜຶ່ງເທົ່າ$60\pi\ cm$ ແລະ ລວງຍາວຂອງທໍ່ເທົ່າກັບ $70cm$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ ທັງໝົດ ແລະ ບໍລິມາດຂອງທໍ່ນັ້ນ.

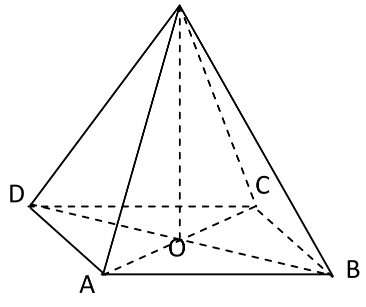
3 . ຮູບທໍ່ກົມໜຶ່ງມີບໍລິມາດເທົ່າກັບ $160\pi\ cm^3$ ແລະ ລັດສະໝີພື້ນເທົ່າ$16\ cm$ຖາມວ່າລວງສູງຂອງຮູບທໍ່ນັ້ນມີເທົ່າໃດ ?

4 . ມີທໍ່ກົມໜຶ່ງສູງ$23\ cm$ ແລະ ມີບໍລິມາດເທົ່າກັບ $2300\pi\ cm^3$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ລັດສະໝີຂອງທໍ່ນັ້ນ

ບົດທີ 25

ເນື້ອທີ່ ແລະ ບໍລິມາດຂອງ ຮູບທາດລ່ຽມ, ຮູບຈວຍ ແລະ ຮູບຈວຍກຸດ

1. ຮູບທາດລ່ຽມ.



ສັນຍະລັກ $S.ABCD$

S ເອີ້ນວ່າຈອມ

$ABCD$ ແມ່ນພື້ນ

O ແມ່ນໃຈກາງຂອງພື້ນ

AB, BC, CD, AD ແມ່ນລ່ຽມພື້ນ

SA, SB, SC, SD ແມ່ນລ່ຽມຂ້າງ

SO ແມ່ນລວງສູງ

1.1. ການຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່

ກ. ເນື້ອທີ່ພື້ນ

ພື້ນຂອງຮູບທາດເປັນຮູບຫຼາຍແຈເນື້ອທີ່ພື້ນຈຶ່ງຄິດໄລ່ຕາມຮູບຂອງພື້ນເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ ອ້ອມຂ້າງຂອງຮູບທໍ່ລ່ຽມເທົ່າເຄິ່ງໜຶ່ງລວງຮອບພື້ນຄູນກັບລວງສູງ

$$S_{ອຂ} = \frac{1}{2}Ph$$

$S_{ອຂ}$ ແມ່ນເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ

P ແມ່ນລວງຮອບ

h ແມ່ນລວງສູງ

ຂ. ເນື້ອທີ່ທັງໝົດ

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ທັງໝົດເທົ່າກັບເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງບວກກັບເນື້ອທີ່ພື້ນ

$$S_{ທໝ} = S_{ອຂ} + B$$

ຄ. ບໍລິມາດ

ຫຼັກເກນ: ບໍລິມາດຂອງຮູບທາດລ່ຽມເທົ່າ $\frac{1}{3}$ ເນື້ອທີ່ພື້ນຄູນກັບລວງສູງ

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

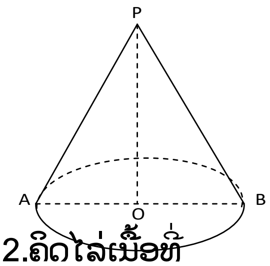
V ແມ່ນບໍລິມາດ

B ແມ່ນເນື້ອທີ່ພື້ນ

h ແມ່ນລວງສູງ

2. ຮູບຈວຍ

ນິຍາມແລະ ຄຸນລັກສະນະ



- ວົງມົນ O ເອີ້ນວ່າພື້ນຂອງຮູບຈວຍ
- $AP = L$ ເອີ້ນວ່າເສັ້ນໃຫ້ກຳເນີດ
- $OA = R$ ເອີ້ນວ່າລັດສະໝີພື້ນ
- $OP = h$ ເອີ້ນວ່າແກນ ຫຼືລວງສູງຂອງຈວຍ

2.2.ຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່

2.2.1 ເນື້ອທີ່ພື້ນ: ພື້ນຂອງຮູບຈວຍເປັນຮູບວົງມົນເນື້ອທີ່ພື້ນເທົ່າπ ຄູນກັບລັດສະໝີກຳລັງສອງ

$$B = \pi R^2$$

B ແມ່ນເນື້ອທີ່ພື້ນ

R ແມ່ນ

$\pi = 3{,}14$

2.2.2 ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ:

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງຂອງຮູບຈວຍເທົ່າເຄິ່ງໜຶ່ງຂອງລວງຮອບພື້ນຄູນກັບລວງສູງ

$$S_{ອຂ} = \frac{1}{2}Ph = \frac{1}{2}2\pi Rh = \pi Rh$$

$S_{ອຂ}$ ແມ່ນເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ

P ແມ່ນລວງຮອບຂອງພື້ນ

R ແມ່ນລັດສະໝີຂອງພື້ນ

h ແມ່ນລວງສູງຂອງຮູບຈວຍ

2.2.3 ເນື້ອທີ່ທັງໝົດ:

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ທັງໝົດຂອງຮູບຈວຍເທົ່າກັບເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງບວກກັບເນື້ອທີ່ພື້ນ

Sêï = Sºç+ $B = \pi Rh + \pi R^2 = \pi R(h + R)$

2.3. ຄິດໄລ່ບໍລິມາດ

ຫຼັກເກນ : ບໍລິມາດຂອງຮູບຈວຍເທົ່າກັບ$\frac{1}{3}$ ຂອງເນື້ອທີ່ພື້ນຄູນກັບລວງສູງ

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

V ແມ່ນບໍ

B ແມ່ນເ

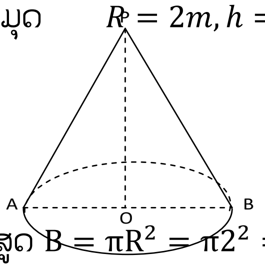
R ແມ່ນລັດສະໝີພື້ນ

h ແມ່ນລວງສູງ

ຕົວຢ່າງ: ຮູບຈວຍໜຶ່ງມີລັດສະໝີພື້ນເທົ່າເທົ່າກັບ $2m$ ແລະມີລວງສູງເທົ່າກັບ $12m$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ ພື້ນ, ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ, ເນື້ອທີ່ທັງໝົດ ແລະ ບໍລິມາດຂອງຮູບຈວຍນັ້ນ ?

ບົດແກ້

ຂໍ້ສົມມຸດ $R = 2m, h = 12m$



ຂໍ້ສະຫຼຸບ B =?, Sອຂ=?, Sທໝ=?, V =?

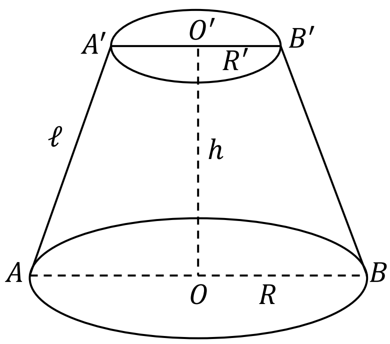
ຈາກສູດ $B = \pi R^2 = \pi 2^2 = 4\pi\ m^2$

ຈາກສູດ Sອຂ$=\pi Rh = \pi \times 2 \times 12 = 24\pi\ m^2$

ຈາກສູດ Sທໝ$=\pi R(R+h) = \pi \times 2(2+12) = 28\pi\ m^2$

ຈາກສູດ $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 12 = \frac{1}{3}48\pi = 16\pi\ \ m^3$

3. ຮູບຈວຍກຸດ



- ມີສອງພື້ນເປັນຮູບວົງມົນທີ່ຂະໜານກັນ
- ວົງມົນ O ເອີ້ນວ່າພື້ນໃຫຍ່, ວົງມົນO'ເອີ້ນວ່າພື້ນນ້ອຍ
- $AA' = \ell$ ແມ່ນເສັ້ນໃຫ້ກຳເນີດ,
- OO'ແມ່ນແກນຂອງຮູບຈວຍ,ໄລຍະຫ່າງ $OO' = h$ ເອີ້ນວ່າລວງສູງ
- $AO = R$ ແມ່ນລັດສະໝີພື້ນໃຫຍ່, $A'O' = R'$ ແມ່ນ ລັດສະໝີພື້ນນ້ອຍ

3.1. ເນື້ອທີ່

ກ. ເນື້ອທີ່ພື້ນ

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ພື້ນຂອງຮູບຈວຍກຸດເທົ່າລັດສະໝີພື້ນຄູນລັດສະໝີພື້ນຄູນກັບπ

B ແມ່ນເນື້ອທີ່ພື້ນໃຫຍ່

$$B = \pi R^2$$

$$B' = \pi R'^2$$

B' ແມ່ນເນື້ອທີ່ພື້ນນ້ອຍ

R ແມ່ນລັດສະໝີພື້ນໃຫຍ່

R' ແມ່ນລັດສະໝີພື້ນນ້ອຍ

ຂ. ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງຂອງຮູບຈວຍກຸດເທົ່າກັບເຄິ່ງໜຶ່ງຂອງລວງຮອບພື້ນໃຫຍ່ບວກກັບເຄິ່ງໜຶ່ງຂອງລວງຮອບພື້ນນ້ອຍແລ້ວຄູນກັບເສັ້ນໃຫ້ກຳເນີດ

$$S_{ອຂ}=\frac{1}{2}(P+P')l=\frac{1}{2}\pi l(R+R')$$

$S_{ອຂ}$ ແມ່ນເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ;

P ແມ່ນລວງພື້ນໃຫຍ່

P'ແມ່ນລວງຮອບພື້ນນ້ອຍ

ℓ ແມ່ນເສັ້ນໃຫ້ກຳເນີດ

ຄ. ເນື້ອທີ່ທັງໝົດ:

ຫຼັກເກນ: ເນື້ອທີ່ທັງໝົດຂອງຮູບຈວຍເທົ່າກັບເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງບວກກັບເນື້ອທີ່ພື້ນ

$$S_{ທໝ} = S_{ອຂ} + B = \pi Rh + \pi R^2 = \pi R(h+R)$$

3.2 ບໍລິມາດ

3.2.1 ບໍລິມາດຂອງຮູບຈວຍ

ຫຼັກເກນ : ບໍລິມາດຂອງຮູບຈວຍເທົ່າກັບ $\frac{1}{3}$ ຂອງເນື້ອທີ່ພື້ນຄູນກັບລວງສູງ

$$V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}\pi R^2h$$

V ແມ່ນບໍລິມ

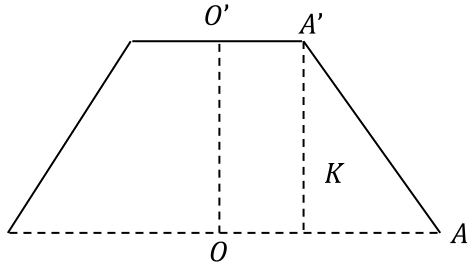
B ແມ່ນເນື້ອ

R ແມ່ນລັດສະໝີພື້ນ

h ແມ່ນລວງສູງ

ຕົວຢ່າງ: ຮູບຈວຍກຸດໜຶ່ງມີລັດສະໝີພື້ນໃຫຍ່ $6\ cm$,ລັດສະໝີພື້ນນ້ອຍເທົ່າກັບ $2\ cm$ ແລະ ລວງ ສູງເທົ່າກັບ $4\ cm$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ທັງໝົດຂອງຮູບຈວຍກຸດດັ່ງກ່າວ

ບົດແກ້



ຂໍ້ສົມມຸດ	R=6 cm, R'=3 cm, h=4 cm
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	ຄິດໄລ່$S_{ທໝ}$=?

ຈາກສູດ $S_{ທໝ}=S_{ອຂ}+B+B'=\frac{1}{2}\pi l(R+R')+\pi R^2+\pi R'^2$

ເຊິ່ງ$\ell=AA'=\sqrt{KA'^2+KA^2}=\sqrt{OO'^2+(OA-OK)^2}=\sqrt{h^2+(R-R')^2}$

$$=\sqrt{4^2+(6-3)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5cm$$

$S_{ທໝ} = \frac{1}{2}\pi 5(6+3) + \pi 6^2 + \pi 3^2$

$= (\frac{1}{2}45+36+9)\pi = (22{,}5+36+9)\pi = 67{,}5\pi\ cm^2$

3.2.2 ບໍລິມາດຂອງຮູບຈວຍກຸດ

ຫຼັກເກນ: ບໍລິມາດຂອງຮູບຈວຍກຸດເທົ່າກັບໜຶ່ງສ່ວນສາມຂອງລວງສູງຄູນກັບຜົນບວກເນື້ອທີ່ພື້ນໃຫຍ່, ເນື້ອທີ່ພື້ນນ້ອຍ ກັບຄ່າສະເລ່ຍເລຂາຄະນິດຂອງສອງ ເນື້ອທີ່ພື້ນ.

$$\boxed{V = \frac{1}{3}h\left(B + B' + \sqrt{BB'}\right) = \frac{1}{3}\pi h\left(R^2 + R'^2 + \sqrt{RR'}\right)}$$

V ແມ່ນບໍລິມາດ

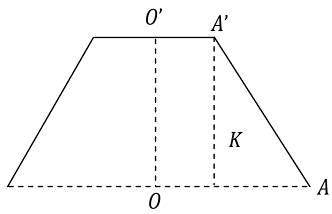
B ແມ່ນເນື້ອທີ່ພື້ນໃຫຍ່

B' ແມ່ນເນື້ອທີ່ພື້ນນ້ອຍ

$\sqrt{BB'}$ ຄ່າສະເລ່ຍເລຂາຄະນິດຂອງສອງພື້ນ

ຕົວຢ່າງ: ຮູບຈວຍກຸດໜຶ່ງມີລັດສະໝີພື້ນເທົ່າກັບ $6cm$ ແລະ $4cm$ ລວງສູງເທົ່າກັບ $9cm$ ຈົ່ງຄິດໄລ່ ບໍລິມາດຂອງມັນ.

ບົດແກ້



ຂໍ້ລິມມູດ	R=6cm, R'=4cm, h=9cm
ຂໍ້ສະຫຼຸບ	V=?

ຈາກສູດ$V = \frac{1}{3}\pi h\left(R^2 + R'^2 + RR'\right) = \frac{1}{3}\pi 9(6^2 + 4^2 + 6\times 4)$

$= 3\pi(36+16+24) = 228\pi cm^3$

4. ບົດເຝິກຫັດ

1) ຮູບທາດສີ່ລ່ຽມໜຶ່ງມີພື້ນເປັນຮູບສີ່ແຈສາກລ່ຽມພື້ນແທກໄດ້ $8cm$ ແລະ $6cm$ ລ່ຽມຂ້າງແທກໄດ້ $12cm$ ຈົ່ງຊອກຫາເນື້ອທີ່ທັງໝົດ ແລະ ບໍລິມາດຂອງມັນ.

2) ກຸບໜ່ວຍໜຶ່ງມີເນື້ອທີ່ອ້ອມເທົ່າ600π. ຈົ່ງຊອກຫາເນື້ອທີ່ທັງໝົດ ແລະ ບໍລິມາດຂອງມັນ ເມື່ອຮູ້ ວ່າ ເສັ້ນໃຫ້ກຳເນີດປະກອບລັດສະໝີພື້ນເປັນມູມ 45°.

3) ຮູບຈວຍກຸດໜຶ່ງມີລັດສະໝີພື້ນເທົ່າກັບ $14cm$ ແລະ $8cm$ ເສັ້ນໃຫ້ກຳເນີດຂອງມັນເທົ່າ $10cm$. ຈົ່ງ ຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ທັງໝົດ ແລະ ບໍລິມາດຂອງມັນ.

4) ຄຸໜ່ວຍໜຶ່ງເປັນຮູບຈວຍກຸດເສັ້ນຜ່າກາງຂອງປາກຄຸເທົ່າ$24cm$,ເສັ້ນຜ່າກາງຂອງກົ້ນຄຸເທົ່າ $12cm$, ຄຸໜ່ວຍນັ້ນສູງ $15cm$. ຈົ່ງຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ອ້ອມຂ້າງ,ເນື້ອທີ່ທັງໝົດ ແລະ ບໍລິມາດຂອງຄຸນັ້ນ.

ພາກທີ V : ຕຳລາໄຕມູມມິຕິ

ບົດທີ 26

ຕຳລາໄຕມູມມິຕິ

1. ຕຳລາໄຕມູມມິຕິ

ຕຳລາໄຕມູມມິຕິທີ່ພວກເຮົາຈະໄດ້ຮຽນມີ 3 ຕຳລາຄື :

ຕຳລາຊິນ $(Formula\ Sinus)$

ຕຳລາໂກຊິນ $(Formula\ Cosinus)$

ຕຳລາຕັງ $(Formula\ tangente)$

2. ຕຳລາໄຕມູມຂອງມູມແຫຼມ

x ແມ່ນມູມແຫຼມໜຶ່ງ ເພິ່ນຂຽນສັນຍາລັກຂອງຕຳລາໄຕມູມດັ່ງນີ້:

1) ຕຳລາຊິນຂອງມູມແຫຼມ x ສັນຍາລັກດ້ວຍ: $Sinx$ ອ່ານວ່າ ຊິນຂອງມູມ x
2) ຕຳລາໂກຊິນຂອງມູມແຫຼມ x ສັນຍາລັກດ້ວຍ: $Cosx$ ອ່ານວ່າ ໂກສ x
3) ຕຳລາຕັງຊັງຂອງມູມແຫຼມ x ສັນຍາລັກດ້ວຍ: $tanx$ ອ່ານວ່າ ຕັງ x

3. ຄຸນລັກສະນະພື້ນຖານຂອງຕຳລາໄຕມູມມິຕິ

ສຳລັບ x ທີ່ເປັນຈຳນວນຈິງ $(x \in \mathbb{R})$

ເຮົາມີ

1/ $-1 \leq Sin\,x \leq 1$

2/ $-1 \leq Cos\,x \leq 1$

3/ $Cos^2 x + Sin^2 x = 1$

4/ $tan\,x = \frac{\sin x}{Cos\,x}$ *ໃນນັ້ນໃຫ້* $Cos\,x \neq 0$

ຕົວຢ່າງ :

1/ $Cos^2 30^\circ + Sin^2 30^\circ = 1$

2/ $tan\,\frac{\pi}{6} = \frac{\sin\frac{\pi}{6}}{Cos\,\frac{\pi}{6}}$

3/ $Cos^2\,\frac{7\pi}{6} + Sin^2\,\frac{7\pi}{6} = 1$

4/ $tan\,\frac{5\pi}{4} = \frac{\sin\frac{5\pi}{4}}{Cos\,\frac{5\pi}{4}}$

5/ $Cos^2\,2a + Sin^2\,2a = 1$

6/ $tan\,y = \frac{\sin y}{Cos\,y}$ *ໃນນັ້ນໃຫ້* $Cos\,y \neq 0$

4. ບົດເຝິກຫັດ

ຈົ່ງຄິດໄລ່:

1) $(Cost + 1)(Coost - 1)$
2) $2\sin^4 a - \cos^4 a + \sin^4 a + 4\cos^4 a$
3) $2\sin^2 x + 3 - (5 - 2\cos^2 x)$
4) $4\sin^2 x + 2\cos^4 x - 2(3 - \cos^2 x) + 8$
5) $(Cosx + Sinx)^2 + 2SinxCosx$

ບົດທີ 27

ຄ່າຂອງຕຳລາໄຕມູມມິຕິຂອງມູມພິເສດ

1. ຄ່າຂອງມູມພິເສດ :

ເພິ່ນແບ່ງວົງມົນທິວໜ່ວຍອອກເປັນ 4 ສ່ວນມູມສາກເທົ່າກັນຄື :

1/ ສ່ວນສີ່ມູມສາກທີ I : ເລີ່ມແຕ່ 0° ຫາ 90° ປະກອບມີມູມພິເສດ 5 ຄ່າຄື :

0° ; 30° ຫຼື $\frac{\pi}{6}$; 45° ຫຼື $\frac{\pi}{4}$; 60° ຫຼື $\frac{\pi}{3}$; 90° ຫຼື $\frac{\pi}{2}$.

2. ຄ່າຕຳລາໄຕມູມມິຕິຂອງມູມພິເສດ :

ຕາຕະລາງຄ່າຕຳລາໄຕມູມມິຕິຂອງມູມພິເສດ.

ມູມ / ຕຳລາ	$0^\circ = 0\,rd$	$30^\circ = \frac{\pi}{6}rd$	$45^\circ = \frac{\pi}{4}rd$	$60^\circ = \frac{\pi}{3}rd$	$90^\circ = \frac{\pi}{2}rd$
$Sin\ x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$Cos\ x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tan\ x$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞

3. ບົດເຝິກຫັດ :

1. ຈົ່ງຂຽນຕື່ມໃສ່ບ່ອນຈ້ຳເມັດໃຫ້ຖືກຕ້ອງ

1) $\cos\frac{\pi}{3} = \cdots$; $\cos\frac{\pi}{6} = \cdots$; $\cos 0 = \cdots$ $\cos 45^\circ = \cdots$

2) $\sin\frac{\pi}{6} = \cdots$; $\sin\frac{\pi}{2} = \cdots$; $\sin\frac{\pi}{4} = \cdots$; $\sin 30^\circ = \cdots$

3) $\tan 60^\circ = \cdots$; $\tan 30^\circ = \cdots$; $\tan\frac{\pi}{4} = \cdots$; $\tan\frac{\pi}{2} = \cdots$

2. ຈົ່ງຄິດໄລ່ຄ່າຂອງໝວດຄຳນວນລຸ່ມນີ້:

1) $3\sin\frac{\pi}{3} - 2\cos\frac{\pi}{6} + 3\tan\frac{\pi}{3}$

2) $3 - \sin^2\frac{\pi}{2} - 2\cos^2\frac{\pi}{3} - 3\tan^2\frac{\pi}{4}$

ບົດທີ 28

ການພົວພັນແບບພິເສດຂອງຕຳລາໄຕມູມມິຕິ

ການພົວພັນກັນແບບພິເສດ ຂອງຕຳລາໄຕມູມມິຕິແມ່ນມີຢູ່ 4 ຮູບແບບຄື :

1. ມູມກົງກັນຂ້າມ

ມູມກົງກັນຂ້າມກັນ ໝາຍເຖິງມູມທີ່ມີຄ່າສຳບູນເທົ່າກັນ ($+x$ ແລະ $-x$) ເຊິ່ງມີສູດການພົວພັນດັ່ງລຸ່ມນີ້ :

$$Sin\,(-x) = -Sinx\ .$$

$$Cos\,(-x) = Cosx\ .$$

ຕົວຢ່າງ : 1/ $Sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -Sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

2/ $Cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = Cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

2. ມູມຄົບສາກ

ສອງມູມຄົບສາກກັນໝາຍເຖິງມູມທີ່ມີຜົນບວກເທົ່າ 90˚ຫຼື $\frac{\pi}{2}rd$ ເຊິ່ງມີສູດການພົວພັນດັ່ງລຸ່ມນີ້ :

$$Sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = Cos\,x \quad ຫຼື \quad Sin\,(90^{\circ}-x) = Cos\,x$$

$$Cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = Sin\,x \quad ຫຼື \quad Cos\,(90^{\circ}-x) = Sin\,x$$

ຕົວຢ່າງ : 1/ $Sin\,30^{\circ} = Sin(90^{\circ}-60^{\circ}) = Cos\,60^{\circ} = \frac{1}{2}$

2/ $Cos\,\frac{\pi}{6} = Cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right) = Sin\,\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3. ມູມຄົບພຽງ

ສອງມູມຄົບພຽງກັນໝາຍເຖິງມູມທີ່ມີຜົນບວກເທົ່າ 180° ຫຼື $\pi\,rd$ ເຊິ່ງມີສູດການພົວພັນດັ່ງລຸ່ມນີ້:

$$Sin\,(\pi-x) = Sinx$$

$$Cos\,(\pi-x) = -Cosx$$

ຕົວຢ່າງ : 1/ $Cos\,\frac{3\pi}{4} = Cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right) = -Cos\,\frac{\pi}{4} = -\frac{1}{2}$

2/ $Sin\,150^{\circ} = Sin(180^{\circ}-30^{\circ}) = Sin\,30^{\circ} = \frac{1}{2}$

4. ມູມລື່ນມູມພຽງ

ສອງມູມລື່ນໜຶ່ງມູມພຽງ ໝາຍເຖິງມູມທີ່ມີຜົນບວກກັນລື່ນ 180° ຫຼື $\pi\,rd$ ເຊິ່ງມີສູດການພົວພັນ

$$Sin\,(\pi+x) = -Sinx$$

$$Cos\,(\pi+x) = -Cosx$$

ຕົວຢ່າງ : 1/ $Sin\,225^{\circ} = Sin(180^{\circ}+45^{\circ}) = -Sin\,45^{\circ} = -1$

2/ $Cos\,\frac{4\pi}{3} = Cos\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right) = -Cos\,\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

5. ບົດເຝິກຫັດ

1. ຈົ່ງສະແດງສຳນວນຕໍ່ໄປນີ້ ດ້ວຍ $Sinx$ ແລະ $Cosx$?

1) $Sin(x+3\pi)+\ Cos(\ \pi-x)$
2) $Sinx-Sin(\pi-x)$
3) $Cos(-x)-\ Sin(-x)$
4) $Cos(\pi-x)-Sin(\pi-x)$
5) $Sin(x-4\pi)+\ Cos(\ \pi+x)$
6) $Sinx-Sin(\pi-x)+Sin(-x)$

2. ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງຕຳລາໄຕມູມມິຕິລຸ່ມນີ້ ?

1) $tan\frac{5\pi}{4}$ 2) $Cos\frac{7\pi}{6}$ 3) $Sin-\frac{\pi}{6}$
4) $Cos-\frac{8\pi}{3}$ 5) $Sin-\frac{4\pi}{3}$ 6) $tan-\frac{\pi}{4}$
7) $Sin\frac{11\pi}{6}$ 8) $tan-\frac{2\pi}{3}$ 9) $Cos-\frac{5\pi}{6}$

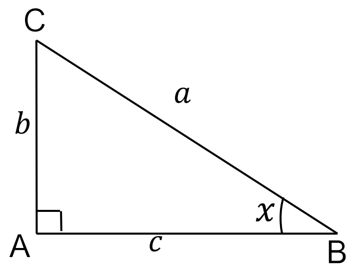
ບົດທີ 29

ການພົວພັນຕຳລາໄຕມູມມິຕິໃນຮູບສາມແຈສາກ

ບົດເລກໃນການແກ້ບັນຫາໃນຮູບສາມແຈສາກຮູບໜຶ່ງ ແມ່ນເພິ່ນໃຫ້ ຄິດໄລ່ຫາຂ້າງ, ລວງຮອບ ແລະ ເນື້ອທີ່ ໂດຍການນໍາໃຊ້ຫຼັກເກນປີຕາກໍໃນວິຊາເລຂາຄະນິດ ແລະ ນອກຈາກນັ້ນ ເພິ່ນຍັງນໍາໃຊ້ຕໍາລາໄຕມູມມິຕິ ເຂົ້າຊ່ວຍໃນການແກ້ບົດເລກກ່ຽວກັບຮູບສາມແຈສາກ ໂດຍສະເພາະເມື່ອເພິ່ນໃຫ້ຮູ້ຄ່າຂອງມູມແຫຼມໃດໜຶ່ງ ເຊິ່ງມີການພົວພັນດັ່ງນີ້:

1. **ການພົວພັນລະຫວ່າງອັດຕາສ່ວນຂອງຂ້າງ ແລະ ຕໍາລາໄຕມູມມິຕິຂອງມູມແຫຼມຂອງຮູບສາມແຈສາກ**

ໃຫ້ຮູບສາມແຈສາກ ABC ມີມູມສາກຢູ່ , ມີມູມແຫຼມ $\widehat{ABC} = x$, ມີຂ້າງກົງສາກ $BC = a$ ຂ້າງຕິດແປະກັບມູມສາກ $AC = b$ ແລະ $AB = c$



- ອັດຕາສ່ວນລະຫວ່າງຂ້າງເຊິ່ງໜ້າມູມແຫຼມ ກັບຂ້າງກົງສາກ ເທົ່າກັບ ຊີນຂອງມູມແຫຼມນັ້ນ.

$$Sin\ x = \frac{b}{a}$$

- ອັດຕາສ່ວນລະຫວ່າງຂ້າງຕິດແປະມູມແຫຼມ ກັບຂ້າງກົງສາກ ເທົ່າກັບ ໂກຊີນຂອງມູມແຫຼມນັ້ນ.

$$Cos\ x = \frac{c}{a}$$

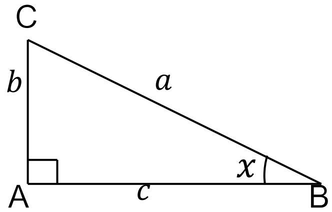
- ອັດຕາສ່ວນລະຫວ່າງຂ້າງເຊິ່ງໜ້າມູມແຫຼມ ກັບຂ້າງຕິດແປະມູມແຫຼມ ເທົ່າກັບ ຕັງຂອງມູມແຫຼມນັ້ນ.

$$tan\ x = \frac{b}{c}$$

2. **ຕົວຢ່າງການນໍາໃຊ້ :**

   1) ຮູບສາມແຈສາກຮູບໜຶ່ງມີມູມແຫຼມໜຶ່ງເທົ່າ 30° ແລະ ຂ້າງຕິດແປະກັບມູມແຫຼມ ເທົ່າກັບ $120\ cm$. ຈົ່ງຄິດເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສາມແຈສາກດັ່ງກ່າວ

ບົດແກ້ :



ຂໍ້ສົມມຸດ	ໃຫ້ $\widehat{CAB} = 90^\circ$ $\widehat{ABC} = x = 30^\circ$ $AB = c = 120\ cm$
ສະຫຼຸບ	ຊອກຫາ $S = ?$

ຄິດເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສາມແຈສາກ ABC

ເຮົາມີ $\quad S = \frac{1}{2}\ bc$

ຊອກຫາ $b = ?$

ຮູ້ວ່າ $\frac{b}{c} = \tan\widehat{ABC}$

ແທນຄ່າໃສ່ $\frac{b}{120} = \tan 30^\circ$

$b = 120 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3}\ cm$

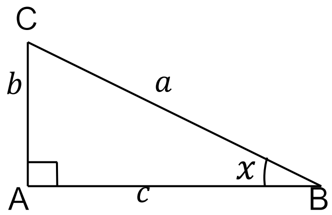
ແທນຄືນເຮົາໄດ້: $S = \frac{1}{2} \times 40\sqrt{3} \times 120 = 2400\sqrt{3}cm^2$

2) ລູງທອງ ມີດິນຕອນໜຶ່ງເປັນຮູບສາມແຈສາກທີ່ມີຂ້າງກົງສາກເທົ່າ 50ແມັດ ແລະມູມແຫຼມໜຶ່ງເທົ່າ 30°

ກ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສາມແຈສາກດັ່ງກ່າວ ?

ຂ. ຖ້າວ່າລູງທອງ ຕ້ອງການຂາຍດິນຕອນດັ່ງກ່າວໃນລາຄາ ຕາແມັດລະ 60, 000 ກີບ ຖາມວ່າລາວຈະໄດ້ເງິນເທົ່າໃດ?

ບົດແກ້ :



ຂໍ້ສົມມຸດ ໃຫ້ $\widehat{CAB} = 90^\circ$

$\widehat{ABC} = x = 30^\circ$

$BC = a = 50\ m$

ສະຫຼຸບ ກ. ຊອກຫາ $S = ?$

ຂ. ຊອກຫາ $n = ?$ (n ແມ່ນຈຳນວນເງິນທັງໝົດ)

ກ. ຊອກຫ $S = ?$

ເຮົາມີ $S = \frac{1}{2}\ bc$

ຊອກຫາ b ແລະ c

ອີງຕາມແບບຕັ້ງເຮົາມີ $Sin\ 30^\circ = \frac{b}{a}$

ຖອນໄດ້ $b = a\ Sin 30^\circ$

$b = 50\left(\frac{1}{2}\right)$ $b = 25\ m$

ອີງຕາມແບບຕັ້ງເຮົາມີ $Cos\ 30^\circ = \frac{c}{a}$

ຖອນໄດ້ $c = a\ Cos 30^\circ$

$c = 50\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 25\sqrt{3}$ ຫຼື $25 \times 1{,}73 = 43{,}25$

ເຮົາໄດ້ $S = \frac{1}{2} \times (25) \times 25\sqrt{3}$

$S = \frac{625}{2}\sqrt{3}m^2 = 540{,}625m^2$

ຂ. ຊອກ $n = ?$

$n = 60000 \times 540{,}625 = 32437500$ ກີບ

3. ບົດເຝິກຫັດ

1) ຮູບສາມແຈສາກຮູບໜຶ່ງ ມີມູມແຫຼມໜຶ່ງເທົ່າ 60° ແລະ ຂ້າງກົງກັບມູມສາກເທົ່າກັບ 14 cm .

ກ. ຈົ່ງຊອກຫາຂ້າງຕິດແປະກັບມູມແຫຼມຂອງຮູບສາມແຈສາກດັ່ງກ່າວ.
ຂ. ຈົ່ງຊອກຫາຂ້າງກົງກັບມູມແຫຼມຂອງຮູບສາມແຈສາກດັ່ງກ່າວ.
ຄ. ຈົ່ງຄິດເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສາມແຈສາກດັ່ງກ່າວ.

2) ມີດິນຕອນໜຶ່ງເປັນຮູບສາມແຈສາກທີ່ມີມູມແຫຼມໜຶ່ງເທົ່າ 45° ແລະ ຂ້າງຕິດແປະກັບມູມແຫຼມເທົ່າ 240 ແມັດ .

ກ. ຈົ່ງຊອກຫາຂ້າງກົງກັບມູມແຫຼມຂອງຮູບສາມແຈສາກດັ່ງກ່າວ
ຂ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສາມແຈສາກດັ່ງກ່າວ

ຄ. ຖ້າວ່າລຸງແພງທອນ ຕ້ອງການຊື້ດິນຕອນດັ່ງກ່າວໃນລາຄາຕາແມັດລະ 120, 000 ກີບ ຖາມວ່າລາວຈະຕ້ອງຈ່າຍເງິນເທົ່າໃດ?

ບົດທີ 30

ສົມຜົນມູນຖານຂອງຕຳລາໄຕມູມມິຕິ

1. ຮູບລັກສະນະທົ່ວໄປຂອງສົມຜົນມູນຖານ

ສົມຜົນມູນຖານຂອງຕຳລາໄຕມູມມິຕິແມ່ນສົມຜົນຂັ້ນໜຶ່ງທີ່ມີ 1 ຕົວລັບເຊິ່ງມີຮູບລັກສະນະ ທົ່ວໄປແມ່ນ

: $a \, Sin \, x + b = 0$

$a \, Cos \, x + b = 0$

$a \, tan \, x + b = 0$

ໃນນັ້ນ a ແລະ b ເອີ້ນວ່າ ຕົວສຳປະສິດທີ່ມີຄ່າເປັນຈຳນວນຈິງ

x ເອີ້ນວ່າຕົວລັບເຊິ່ງເປັນສິ່ງທີ່ຕ້ອງການຊອກຫາ

2. ວິທີແກ້

a) ແກ້ສົມຜົນ $a \, Sin \, x + b = 0$

$a \, Sin \, x = -b$

$Sin \, x = -\frac{b}{a}$ ເຊິ່ງວ່າ $-1 \leq -\frac{b}{a} \leq 1$

ສົມມຸດໃຫ້ $Sin \propto = -\frac{b}{a}$

ເຮົາຖອນໄດ້ $x = \propto + 2k\pi$ ຫຼື $x = (\pi - \propto) + 2k\pi$

$x = (180^{\circ} - \propto) + 2k\pi$

k ແມ່ນຈຳນວນຮອບວຽນທີ່ເປັນຈຳນວນຖ້ວນ $(k \in \mathbb{Z})$

b) ແກ້ສົມຜົນ $a \, Cos \, x + b = 0$

$a \, Cos \, x = -b$

$Cos \, x = -\frac{b}{a}$ ເຊິ່ງວ່າ $-1 \leq -\frac{b}{a} \leq 1$

ສົມມຸດໃຫ້ $Cos \propto = -\frac{b}{a}$

ເຮົາຖອນໄດ $x = \propto + 2k\pi$ ຫຼື $x = -\propto + 2k\pi$

k ແມ່ນຈຳນວນຮອບວຽນທີ່ເປັນຈຳນວນຖ້ວນ $(k \in \mathbb{Z})$

c) ແກ້ສົມຜົນ $a \, tan \, x + b = 0$

$a \, tan \, x = -b$

$tan \, x = -\frac{b}{a}$ ເຊິ່ງວ່າ $-\frac{b}{a} \in \mathbb{R}$

ສົມມຸດໃຫ້ $tan \propto = -\frac{b}{a}$

ເຮົາຖອນໄດ້ $x = \propto + k\pi$

k ແມ່ນຈຳນວນຮອບວຽນທີ່ເປັນຈຳນວນຖ້ວນ $(k \in \mathbb{Z})$

3. ຕົວຢ່າງການແກ້ສົມຜົນມູນຖານ

ກ. ແກ້ສົມຜົນ $2 \, Sin \, x - 1 = 0$

$2 \, Sin \, x = 1$

$Sin \, x = \frac{1}{2}$ (ຮູ້ວ່າ $Sin \, 30^{\circ} = \frac{1}{2}$)

ເຮົາຖອນໄດ້ $x = 30^{\circ} + 2k\pi$

ແລະ $x = (180^{\circ} - 30^{\circ}) + 2k\pi$

$x = 150^{\circ} + 2k\pi$

k ແມ່ນຈຳນວນຮອບວຽນທີ່ເປັນຈຳນວນຖ້ວນ $(k \in \mathbb{Z})$

ຂ. ແກ້ສົມຜົນ $2\,Cos\,x-\sqrt{3}=0$

$$2\,Cos\,x=\sqrt{3}$$

$$Cos\,x=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

ຮູ້ວ່າ $Cos\,\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

ເຮົາຖອນໄດ້ $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ຫຼື $x=-\frac{\pi}{6}+2k\pi$

k ແມ່ນຈຳນວນຮອບວຽນທີ່ເປັນຈຳນວນຖ້ວນ $(k\in\mathbb{Z})$

ຄ. ແກ້ສົມຜົນ $tan\,x+1=0$

$$tan\,x=-1$$

ຮູ້ວ່າ $tan\,\frac{3\pi}{4}=-1$

ເຮົາຖອນໄດ້ $x=\frac{3\pi}{4}+k\pi$

k ແມ່ນຈຳນວນຮອບວຽນທີ່ເປັນຈຳນວນຖ້ວນ $(k\in\mathbb{Z})$

4. ບົດເຝິກຫັດ

ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນໄຕມູມມິຕິລຸ່ມນີ້:

1) $2\,Cos\,x-1=0$
2) $2\,Sin\,2x+1=0$
3) $2\,Cos\,x+\sqrt{3}=0$
4) $tan\,3x-1=0$
5) $2\,(Sin\,x-1)+\sqrt{2}=-2$
6) $2\,Cos\,x+\sqrt{2}=0$

ພາກທີ VI: ສະຖິຕິ

ບົດທີ 31
ຄວາມຖີ່ຂອງຂໍ້ມູນ

1. **ຄວາມໝາຍ**

1) ຄວາມຖີ່ແມ່ນຈຳນວນສະແດງການປະກົດຕົວຂອງຂໍ້ມູນໃດໜຶ່ງ.
2) ຂໍ້ມູນທີ່ບໍ່ເປັນຈຳນວນເອີ້ນວ່າ: ຂໍ້ມູນຄຸນນະພາບເຊັ່ນ: ເພດ, ລະດັບການສຶກສາ, ສາສະໜາ...
3) ຂໍ້ມູນທີ່ເປັນຈຳນວນ ເອີ້ນວ່າ: ຂໍ້ມູນປະລິມານເຊັ່ນ: ອາຍຸ, ລາຍໄດ້, ນ້ຳໜັກ, ລວງສູງ, ລະດັບຄວາມຄິດເຫັນຕໍ່ບັນຫາໃດໜຶ່ງ...
4) ຈຳນວນຂໍ້ມູນທີ່ປະກົດໃນຊຸດຂໍ້ມູນໃດໜຶ່ງເອີ້ນວ່າ: ຄວາມຖີ່ຂອງຂໍ້ມູນນັ້ນ.

ຕົວຢ່າງ.

- ຂໍ້ມູນຈຳນວນຄົນໄປອອກແຮງງານວັນເສົາແດງເປັນເພດຊາຍ 12 ຄົນ ເຊິ່ງສະແດງວ່າຄວາມຖີ່. ຂອງເພດຊາຍເທົ່າກັບ 12. ເພດຍິງ 17 ຄົນ ເຊິ່ງສະແດງວ່າຄວາມຖີ່ຂອງເພດຍິງເທົ່າກັບ 17.
- ຄວາມຖີ່ຂອງຂໍ້ມູນສະແດງໃຫ້ເຫັນລັກສະນະຂອງຂໍ້ມູນໄດ້ໃນລະດັບໃດໜຶ່ງດັ່ງໃນຕົວຢ່າງຂ້າງເທິງ ນີ້, ຈາກຄວາມຖີ່ຂອງເພດສະແດງໃຫ້ເຫັນວ່າ: ຜູ້ທີ່ຖືກສຳພາດສ່ວນຫຼາຍແມ່ນເພດຍິງ.

5) ຂໍ້ມູນທີ່ເກັບມາຈາກແຫຼ່ງຂໍ້ມູນໂດຍກົງ ເອີ້ນວ່າ: ຂໍ້ມູນດິບ, ສ່ວນຂໍ້ມູນທີ່ໄດ້ຈາກການຈັດລຽງລຳດັບເຂົ້າຕາຕະລາງ ເອີ້ນວ່າ: ຂໍ້ມູນຄວາມຖີ່.
6) ຜົນບວກຂອງຄວາມຖີ່ທັງໝົດຂອງຂໍ້ມູນ ເອີ້ນວ່າ: ຈຳນວນຂໍ້ມູນທັງໝົດ.
7) ການສະເໜີຂໍ້ມູນໃນຕາຕະລາງ ແມ່ນການນຳສະເໜີຂໍ້ມູນ ໂດຍຈັດຂໍ້ມູນຕາມລັກສະນະຕ່າງໆທີ່ສົນໃຈໃຫ້ຢູ່ໃນແຖວ ແລະ ຖັນ ເຊິ່ງແຖວແມ່ນການຈັດລຽງຕາມທາງນອນ ແລະ ຖັນ ແມ່ນການຈັດລຽງຕາມທາງຕັ້ງ ດັ່ງຂ້າງລຸ່ມນີ້

ກ. ຕາຕະລາງທາງດຽວ.

ແມ່ນການສະເໜີຂໍ້ມູນທີ່ຈຳແນກພຽງດ້ານດຽວຂອງຂໍ້ມູນ.

ຕົວຢ່າງ:

ຈຳນວນຄົນທີ່ໄປອອກແຮງງານໃນວັນເສົາແດງອາທິກແລ້ວນີ້,ຈຳແນກຕາມ ເພດມີດັ່ງນີ້:

ເພດ	ຈຳນວນຄົນ (ຄວາມຖີ່)
ຍິງ	152
ຊາຍ	316
ລວມ	468

ຂ. ຕາຕະລາງຫຼາຍທາງ

ແມ່ນການສະເໜີຂໍ້ມູນທີ່ຈຳແນກແຕ່ສອງລັກສະນະຂອງຂໍ້ມູນຂຶ້ນໄປ.

ຕົວຢ່າງ: ຈຳນວນຫຼັງຄາເຮືອນ ຄອບຄົວ

+ ຂໍ້ມູນກ່ຽວກັບການສຶກສາ:

ລ/ດ	ໂຮງຮຽນ	ຈຳນວນແຫ່ງ	ຈຳນວນຄູ		ຈຳນວນນັກຮຽນ	
			ລວມ	ຍິງ	ລວມ	ຍິງ
1	ອະນຸບານສຶກສາ	1	7	7	45	28
2	ປະຖົມສຶກສາ	1	6	4	225	115
3	ມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ	1	15	8	318	216
4	ມັດທະຍົມສຶກສາຕອນປາຍ	0	0	0	0	0
5	ມັດທະຍົມສຶກສາສົມບູນ	0	0	0	0	0
ລວມ		3	28	19	588	359

2. ການຈັດຄ່າຄວາມຖີ່ຂອງແຕ່ລະຂໍ້ມູນໃສ່ຕາຕະລາງ

ການຈັດຄ່າຄວາມຖີ່ຂອງແຕ່ລະຂໍ້ມູນໃສ່ຕາຕະລາງ ເອີ້ນວ່າການສ້າງຕາຕະລາງຄວາມຖີ່ ຫຼື ແມ່ນການສະເໜີຂໍ້ມູນດ້ວຍຕາຕະລາງເຊິ່ງມີ 2 ກໍລະນີຄື ດັ່ງນີ້ :

ກໍລະນີທີ 1:

ກຸ່ມຈຳນວນຂໍ້ມູນບໍ່ຫຼາຍ ແລະ ຜູ້ວິໄຈມີຄວາມສົນໃຈຢາກອະທິບາຍຄວາມຖີ່ ຂອງຄ່າຄວາມຈິງຂອງຂໍ້ມູນ, ເພິ່ນກໍສາມາດຈັດຕາຕະລາງຂໍ້ມູນໄດ້ດັ່ງຕົວຢ່າງລຸ່ມນີ້ :

ຕົວຢ່າງ:

ໃຫ້ຂໍ້ມູນກ່ຽວກັບວິຊາຄະນິດສາດຂອງນັກຮຽນ 24 ຄົນຄືດັ່ງນີ້ :

3	5	1	6	7	2	6	7
8	6	5	7	8	10	5	3
9	10	10	9	7	6	7	8

ເມື່ອຈັດຂໍ້ມູນດັ່ງກ່າວໃສ່ຕາຕະລາງຈະໄດ້ຕາຕະລາງຄວາມຖີ່ຂອງຂໍ້ມູນດັ່ງນີ້ :

ຄະແນນ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ຄວາມຖີ່	1	1	2	0	3	4	5	3	2	3

ຈາກ ຕາຕະລາງຂ້າງເທິງເຮົາເຫັນໄດ້ວ່ານັກຮຽນສ່ວນຫຼາຍໄດ້ຄະແນນ 6 ແລະ 7ເຊິ່ງຄະແນນ 6 ມີຈຳນວນ 4 ຄົນ ແລະ ຄະແນນ 7 ມີຈຳນວນ 5 ຄົນ .

ກໍລະນີທີ 2:

ຖ້າຈຳນວນຂໍ້ມູນຫາກຫຼາຍເກີນໄປເພິ່ນບໍ່ສາມາດສະແດງໄດ້ທຸກໆ ຄ່າຂອງຂໍ້ມູນຈິງໃສ່ຕາຕະລາງຄວາມຖີ່ ເພາະມັນຈະຍາວ. ດັ່ງນັ້ນ, ເພິ່ນຈິ່ງໄປສ້າງຂໍ້ມູນແຕ່ລະຕົວແລ້ວນັບຄວາມຖີ່ຂອງຂໍ້ມູນໃສ່ຕາຕະລາງ. ໃນກໍລະນີນີ້ຜູ້ວິໄຈຈະບໍ່ຮູ້ຄ່າຂໍ້ມູນຈິງ,ແຕ່ຈະຮູ້ຈຳນວນ ຂໍ້ມູນທີ່ຕົກຢູ່ ໃນຊັ້ນ ຫຼື ຫວ່າງ ເທົ່າກັບຈຳນວນໃດໜຶ່ງເຊິ່ງແມ່ນຄວາມຖີ່ນັ້ນເອງ.

ຕົວຢ່າງ :

ໃຫ້ຕາຕະລາງຄວາມຖີ່ກ່ຽວກັບຄະແນນສອບເສັງວິຊາຄະນິດສາດຂອງນັກຮຽນ 40 ຄົນຄືດັ່ງນີ້:

ຄະແນນ	ຂອບເຂດຈຳກັດຂອງຊັ້ນ	ຄວາມຖີ່
4,00 - 4,90	3,95 - 4,95	3
5,00 - 5,90	4,95 - 5,95	5
6,00 - 6,90	5,95 - 6,95	9
7,00 - 7,90	6,95 - 7,95	10
8,00 - 8,90	7,95 - 8,95	8
9,00 - 9,90	8,95 - 9,95	5
ລວມ		40

ຈາກຕາຕະລາງຂ້າງເທິງເຮົາເຫັນໄດ້ວ່າໄດ້ເປັນອອກເປັນ 6 ຊັ້ນ .

- ບັນດາຄ່າ 4,00 ; 5,00 ; 6,00 ; 7,00 ; 8,00 ; 9,00 ເອີ້ນວ່າຂີດຈຳກັດເບື້ອງລຸ່ມຂອງແຕ່ລະຊັ້ນ , ສ່ວນບັນດາຄ່າ 4,90 ; 5, 90 ; 6, 90 ; 7, 90 ; 8, 90 ; 9, 90 ເອີ້ນວ່າຂີດຈຳກັດເບື້ອງເທິງຂອງແຕ່ລະຊັ້ນ .
- ບັນດາຄ່າ 3,95; 4,95 ; 5, 95 ; 6, 95 ; 7, 95 ; 8, 95 ; ເອີ້ນວ່າຂີດຈຳກັດເບື້ອງລຸ່ມຂອງແຕ່ລະຊັ້ນ, ສ່ວນບັນດາຄ່າ 4,95 ; 5, 95 ; 6, 95 ; 7, 95 ; 8, 95 ; 9, 95 ເອີ້ນວ່າຂີດຈຳກັດເບື້ອງເທິງຂອງແຕ່ລະຊັ້ນ.
- ຕົວເລກທີ່ປະກົດໃນຫ້ອງຄວາມຖີ່ຂອງຊັ້ນທີ 2 ມີຄວາມໝາຍວ່າ: ໃນຈຳນວນນັກຮຽນ 40ຄົນ ມີຈຳນວນ 5 ຄົນ ທີ່ໄດ້ຄະແນນຢູ່ລະຫວ່າງ 5,00 ຫາ 5,90 ແຕ່ຜູ້ວິໄຈຈະບໍ່ຮູ້ລະອຽດວ່ານັກຮຽນແຕ່ລະຄົນໄດ້ຄະແນນເທົ່າກັບເທົ່າໃດ .
- ສ່ວນຕົວເລກອື່ນ ໆ ໃນຫ້ອງຄວາມຖີ່ ກໍໃຫ້ອະທິບາຍໃນທຳນອງດຽວກັນກັບຕົວເລກ 5 .

3. ບົດເຝິກຫັດ

1. ໂດຍການນຳໃຊ້ຂໍ້ມູນໃນຕາຕະລາງ (ກ)

ລ/ດ	ເພດ	ອາຍຸ	ລະດັບການສຶກສາທີ່ຮຽນຈົບ	ລາຍໄດ້ຕໍ່ເດືອນ
1	ຍິງ	20	ຊັ້ນສູງ	1, 100, 000
2	ຊາຍ	22	ປະລິນຍາຕີ	1, 260, 000
3	ຍິງ	25	ຊັ້ນກາງ	1, 050, 000
4	ຍິງ	26	ມັດທະຍົມຕອນສຶກສາຕອນປາຍ	800, 000
5	ຊາຍ	44	ປະລິນຍາໂທ	2, 200, 000
6	ຊາຍ	26	ຊັ້ນຕົ້ນ	650, 000
7	ຍິງ	18	ມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ	400, 000
8	ຍິງ	32	ຊັ້ນສູງ	850, 000
9	ຍິງ	48	ປະລິນຍາຕີ	2, 500, 000
10	ຊາຍ	19	ມັດທະຍົມຕອນສຶກສາຕອນປາຍ	550, 000
11	ຊາຍ	31	ຊັ້ນສູງ	930, 000
12	ຊາຍ	34	ຊັ້ນກາງ	1, 350, 000
13	ຍິງ	35	ມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ	530, 000
14	ຊາຍ	38	ຊັ້ນສູງ	980, 000
15	ຍິງ	42	ປະລິນຍາໂທ	3, 200, 000

(ຕາຕະລາງ ກ)

1) ຈົ່ງນຳໃຊ້ຂໍ້ມູນຂອງຕາຕະລາງ (ກ) ເພື່ອຊອກຫາຄຳຕອບຕື່ມໃສ່ ຕາຕະລາງລຸ່ມນີ້ ໃຫ້ຄົບຖ້ວນ ແລະ ຖືກຕ້ອງ?

ເພດ	ອາຍຸ				ລວມ
	ຕ່ຳກວ່າ 20	21 - 30	31 - 40	41 - 50	
ຍິງ					
ຊາຍ					
ລວມ					

2) ຈົ່ງນຳໃຊ້ຂໍ້ມູນຂອງຕາຕະລາງ (ກ) ເພື່ອຊອກຫາຄຳຕອບຕື່ມໃສ່ ຕາຕະລາງລຸ່ມນີ້ໃຫ້ຄົບຖ້ວນ ແລະ ຖືກຕ້ອງ

ລາຍໄດ້ຕໍ່ເດືອນ	ອາຍຸ				ລວມ
	ຕໍ່າກວ່າ 20	21 - 30	31 - 40	41 - 50	
ຕໍ່າກວ່າ 1, 000, 000					
1,000,001 - 2,000,000					
2,000,001 ຂຶ້ນໄປ					
ລວມ					

3) ຈົ່ງນຳໃຊ້ຂໍ້ມູນກ່ຽວກັບລາຍໄດ້ຕໍ່ເດືອນຂອງຕາຕະລາງ (ກ) ເພື່ອຊອກຫາຄຳຕອບຕື່ມໃສ່ ຕາຕະລາງລຸ່ມນີ້ ໃຫ້ຄົບຖ້ວນ ແລະ ຖືກຕ້ອງ

ລ/ດ	ລະດັບລາຍໄດ້ຕໍ່ເດືອນ	ຂີດນັບຈຳນວນຜູ້ທີ່ມີເງິນເດືອນໃນແຕ່ລະໆດັບ	ຄວາມຖີ່	ເປີເຊັນ
1	400, 000 - 859, 000			
2	860, 000 - 1, 000, 000			
3	1, 000, 001 - 2, 000, 000			
4	2, 000, 001 - 3, 200, 000			
		ລວມ		

2/ ຂໍ້ມູນຕໍ່ໄປນີ້ ແມ່ນຜົນການລວບລວມຄະແນນສອບເສັງນັກຮຽນພາກຮຽນ II ວິຊາ ພາສາລາວ- ວັນນະຄະດີຂອງນັກຮຽນຫ້ອງ ມ4/ກ ມີດັ່ງນີ້:

ນັກຮຽນຍິງ:	6	8	2	7	8	6	6	4	5
	5	9	3	8	5	5	8	2	6
	9	4	2	4	9	3	5	5	7
ນັກຮຽນຊາຍ:	6	7	2	5	8	6	8	5	2
	8	5	4	5	2	4	4	4	5

ກ. ຈົ່ງສະເໜີຂໍ້ມູນນີ້ດ້ວຍຕາຕະລາງ.

ຂ. ຄະແນນທີ່ນັກຮຽນໄດ້ຮັບສູງສຸດແມ່ນເທົ່າໃດ? ມີຈັກຄົນ? ຍິງຈັກຄົນ?.

ຄ. ຄະແນນທີ່ນັກຮຽນໄດ້ຮັບຕໍ່າສຸດແມ່ນເທົ່າໃດ? ມີຈັກຄົນ? ຍິງຈັກຄົນ?.

ງ. ຄະແນນໃດທີ່ນັກຮຽນໄດ້ຮັບຫຼາຍທີ່ສຸດ? ມີຈັກຄົນ?

ຈ. ຖ້າເຮົາຈັດລຳດັບນັກຮຽນເປັນ 4 ຂັ້ນຄື:

ອ່ອນຫຼາຍມີຄະແນນແຕ່ 0 ເຖິງ 2

ອ່ອນມີຄະແນນແຕ່ 3 ເຖິງ 4

ປານກາງມີຄະແນນແຕ່ 5 ເຖິງ 6

ເກັ່ງມີຄະແນນແຕ່ 7 ເຖິງ 10

ບົດທີ 32
ຄວາມຖີ່ສະສົມຂອງຂໍ້ມູນ

1. ຄວາມຖີ່ສະສົມຂອງຂໍ້ມູນ

1) ຜົນບວກຄວາມຖີ່ຂອງຂໍ້ມູນທັງໝົດທີ່ຢູ່ກ່ອນໜ້າແລະຄວາມຖີ່ຂອງຂໍ້ມູນນັ້ນເອີ້ນວ່າ: ຄວາມຖີ່ ສະສົມ.

2) ຜົນຫານລະຫວ່າງຄວາມຖີ່ຂອງຂໍ້ມູນໃດໜຶ່ງ ໃຫ້ຈຳນວນທັງໝົດເອີ້ນວ່າ : ຄວາມຖີ່ສຳພັດ.

3) ຜົນຄູນລະຫວ່າງຄວາມຖີ່ສຳພັດກັບ100ເອີ້ນວ່າ:ເປີເຊັນຄວາມຖີ່ສຳພັດ ຫຼືຄວາມຖີ່ເປັນເປີເຊັນ

4) ຜົນບວກເປີເຊັນຄວາມຖີ່ສຳພັດຂອງຂໍ້ມູນທັງໝົດທີ່ຢູ່ກ່ອນໜ້ານັ້ນ ແລະ ເປີເຊັນຄວາມຖີ່ຂອງຂໍ້ມູນນັ້ນ ເອີ້ນວ່າ: ເປີເຊັນຄວາມຖີ່ສະສົມສຳພັດຂອງຂໍ້ມູນນັ້ນ.

ຕົວຢ່າງ: ຕາຕະລາງລຸ່ມນີ້ສະແດງເຖິງຂໍ້ມູນສະຖິຕິຄະແນນວິຊາຄະນິດສາດຂອງນັກຮຽນຫ້ອງ ມ໋4/ຂ ປະຈຳເດືອນ 9/2012 ຂອງໂຮງຮຽນມັດທະຍົມແຫ່ງໜຶ່ງ.

ຄະແນນ	ຄວາມຖີ່	ຄວາມຖີ່ ສະສົມ	ຄວາມຖີ່ ສຳພັດ	ເປີເຊັນ ຄວາມຖີ່ ສຳພັດ	ຄວາມຖີ່ ສະສົມ ສຳພັດ	ເປີເຊັນ ຄວາມຖີ່ສະສົມ ສຳພັດ
1	2	2	0,045	0,045	4,5%	4,5%
2	4	6	0,089	0,133	8,9%	13,3%
3	7	13	0,156	0,289	15,6%	28,9%
4	8	21	0,178	0,467	17,8%	46,7%
5	6	27	0,133	0,6	13,3%	6%
6	4	31	0,089	0,689	8,9%	68,9%
7	4	35	0,089	0,778	8,9%	77,8%
8	2	37	0,045	0,822	4,5%	82,2%
9	5	42	0,111	0,933	11,1%	93,3%
10	3	45	0,067	0,1	6,7%	1%

2. ບົດເຝິກຫັດ :

1) ໃຫ້ຕາຕະລາງສະແດງຜົນຂອງການເກັບກຳລວງສູງເປັນຊັງຕີແມັດຂອງ 250 ຄົນຄືດັ່ງນີ້ :

ຂີດຈຳກັດຊັ້ນຂອງລວງສູງ(ຊັງຕີແມັດ)	ຄວາມຖີ່ (ຄົນ)
155 - 164	42
165 - 174	109
175 - 184	76
185 - 194	23

ກ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ຂອງເຂດຈຳກັດຂອງແຕ່ລະຊັ້ນ?

ຂ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ຄວາມກວ້າງຂອງຊັ້ນທີ່ຢືດອອກ?

ຄ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ຄວາມຖີ່ສະສົມຂະນິດໜ້ອຍກວ່າ?

ງ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ເມັດເຄິ່ງກາງຂອງແຕ່ລະຊັ້ນ?

ຈ. ຈົ່ງຕອບຄຳຖາມດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້ :

- ມີຈຳນວນຈັກຄົນທີ່ມີລວງສູງຢູ່ລະຫວ່າງ 165 - 174 ຊັງຕີແມັດ ແລະ ເທົ່າກັບຈັກເປີເຊັນ?
- ມີຈຳນວນຈັກຄົນທີ່ມີລວງສູງຕ່ຳກວ່າ 184,50 ຊັງຕີແມັດ ແລະ ເທົ່າກັບຈັກເປີເຊັນ?
- ມີຈຳນວນຈັກຄົນທີ່ມີລວງສູງຫຼາຍກວ່າ 164,50 ຊັງຕີແມັດ ແລະ ເທົ່າກັບຈັກເປີເຊັນ?
- ຄົນສ່ວນຫຼາຍມີລວງສູງຢູ່ລະຫວ່າງເທົ່າໃດຊັງຕີແມັດ ແລະ ເທົ່າກັບຈັກເປີເຊັນ?

2) ໃຫ້ຮູ້ຕາຕະລາງຂອງການເກັບກຳຈຳນວນອ້າຍ ແລະ ເອື້ອຍຂອງນັກຮຽນຈຳນວນໜຶ່ງ .

ກ. ຈົ່ງປະກອບຕາຕະລາງລຸ່ມນີ້ໃຫ້ຄົບຖ້ວນ ແລະ ເໝາະສົມ.

ຈຳນວນອ້າຍ ແລະ ເອື້ອຍ	ຄວາມຖີ່	ຄວາມຖີ່ສະສົມ	ຄວາມຖີ່ສຳພັດ	ເປີເຊັນຄວາມຖີ່ສຳພັດ	ຄວາມຖີ່ສະສົມສຳພັດ	ເປີເຊັນຄວາມຖີ່ສະສົມສຳພັດ
0	11					
1	9					
2	6					
3	8					
4	2					

ຂ. ຈົ່ງຕອບຄຳຖາມຕໍ່ໄປນີ້ :

- ຈຳນວນນັກຮຽນທັງໝົດ ມີຈັກຄົນ?
- ມີນັກຮຽນຈັກຄົນທີ່ມີອ້າຍ ແລະ ເອື້ອຍ ເທົ່າກັບ 3 ຄົນ ແລະ ເທົ່າກັບຈັກເປີເຊັນ?
- ມີນັກຮຽນຈັກຄົນທີ່ມີອ້າຍ ແລະ ເອື້ອຍ ຢູ່ລະຫວ່າງ 1 - 3 ຄົນ ແລະ ເທົ່າກັບຈັກເປີເຊັນ?
- ມີນັກຮຽນຈັກຄົນທີ່ມີອ້າຍ ແລະ ເອື້ອຍ ຕ່ຳກວ່າ 2 ຄົນ ແລະ ເທົ່າກັບຈັກເປີເຊັນ?
- ມີນັກຮຽນຈັກຄົນທີ່ມີອ້າຍ ແລະ ເອື້ອຍ ຫຼາຍກວ່າ 3 ຄົນ ແລະ ເທົ່າກັບຈັກເປີເຊັນ?

ບົດທີ 33
ຮູບສະແດງຂໍ້ມູນຄວາມຖີ່

1. ການສະແດງຂໍ້ມູນຄວາມຖີ່ດ້ວຍຮູບແຕ້ມ ເຮົາສາມາດເຮັດໄດ້ຫຼາຍຮູບແບບຕາມຄວາມເໝາະສົມຂອງຂໍ້ມູນຄື:
   1) ສຳລັບຂໍ້ມູນທີ່ມີລັກສະນະເປັນເມັດບໍ່ຕໍ່ເນື່ອງກັນ ແມ່ນເພິ່ນສາມາດສະແດງຂໍ້ມູນຄວາມຖີ່ແບບເປັນທ່ອນຊີ້ໄດ້, ເຊິ່ງການສະແດງແບບເປັນທ່ອນຊີ້ນີ້ ແມ່ນເພິ່ນຈະເລືອກໃຫ້ແກນອັບຊິດເປັນຄ່າຂອງຂໍ້ມູນນັ້ນ, ສ່ວນແກນອອກດອນເນ ແມ່ນຄວາມຖີ່ຂອງຂໍ້ມູນ ແລ້ວແຕ້ມທ່ອນຊີ້ໜຶ່ງ ເຊິ່ງມີລວງຍາວເປັນອັດຕາສ່ວນພົວພັນ ກັບ ຄວາມຖີ່ຂອງຂໍ້ມູນນັ້ນ.
   2) ສຳລັບຂໍ້ມູນທີ່ຖືກແບ່ງເປັນຫວ່າງ ຫຼື ເປັນຊັ້ນທີ່ມີຂີດຈຳກັດຊັ້ນ ຫຼື ຂອບເຂດຈຳກັດຊັ້ນທີ່ບໍ່ມີຫຼາຍຊັ້ນເກີນໄປແມ່ນເພິ່ນຈະໃຊ້ການສະແດງຂໍ້ມູນຄວາມຖີ່ ແບບຮິດສະໂຕກຼາມ ເຊິ່ງການສະແດງດັ່ງກ່າວຈະແຕ້ມເປັນຮູບສີ່ແຈສາກໜຶ່ງທີ່ມີຄວາມກວ້າງຂອງພື້ນແມ່ນຂີດຈຳກັດຊັ້ນ ແລະລວງສູງເທົ່າກັບຄວາມຖີ່ ຂອງຂໍ້ມູນໃນຊັ້ນນັ້ນ.
2. ສຳລັບຂໍ້ມູນ ທີ່ມີລັກສະນະເປັນເປີເຊັນ ຕາມຄວາມໝາຍຂອງແຕ່ລະຂໍ້ມູນເພິ່ນຈະໃຊ້ການສະແດງຂໍ້ມູນ ດັ່ງກ່າວດ້ວຍແຜ່ນມົນຈຶ່ງມີຄວາມເໝາະສົມ ໂດຍຖືເອົາມູມໃຈກາງທີ່ມີຫົວໜ່ວຍເປັນອົງສາເປັນຫຼັກການເບິ່ງ , ເຊິ່ງເຮົາອາດຈະໃສ່ສີ ຫຼື ຂີດລາຍໃສ່ແຕ່ລະພາກສ່ວນ. ໃນການແບ່ງເປີເຊັນອອກເປັນມູມໃຈກາງ ແມ່ນຄິດໄລ່ດ້ວຍສູດ.

$$\boxed{\text{ມູມໃຈກາງ} = \frac{360}{100} \times \text{ເປີເຊັນຂອງຂໍ້ມູນ}}$$

3. ສຳລັບຂໍ້ມູນຄວາມຖີ່ທີ່ຖືກແບ່ງເປັນຊັ້ນເພິ່ນສາມາດສະແດງດ້ວຍເສັ້ນຫັກຄວາມຖີ່ໄດ້ໂດຍຈະຂີດຕໍ່ລະຫວ່າງອັບຊິນ ຂອງເມັດທຳອິດຫາເມັດເຄິ່ງກາງຂອງແຕ່ລະຊັ້ນ ແລ້ວໄປສິ້ນສຸດຢູ່ທີ່ອັບຊິດຂອງເມັດສຸດທ້າຍ.
   - ອັບຊິດຂອງເມັດທຳອິດ ເທົ່າກັບ ຜົນລົບລະຫວ່າງອັບຊິດຂອງເມັດເຄິ່ງກາງຂອງຊັ້ນທຳອິດ ກັບຄວາມກວ້າງຂອງຊັ້ນທີ່ຢືດອອກ.
   - ອັບຊິດຂອງເມັດສຸດທ້າຍເທົ່າກັບຜົນບວກລະຫວ່າງອັບຊິດຂອງເມັດເຄິ່ງກາງຂອງຊັ້ນສຸດທ້າຍກັບຄວາມ ກວ້າງ ຂອງຊັ້ນທີ່ຢືດອອກ.
   - ຄວາມກວ້າງຂອງຊັ້ນທີ່ຢືດອອກ ເທົ່າກັບຜົນລົບລະຫວ່າງຂອບເຂດຈຳກັດເບື້ອງເທິງ ກັບຂອບເຂດ ຈຳກັດເບື້ອງລຸ່ມຂອງແຕ່ລະຊັ້ນ.
   - ສຳລັບຂໍ້ມູນຄວາມຖີ່ສະສົມທີ່ໄດ້ສະແດງໃນຕາຕະລາງຄວາມຖີ່ ທີ່ມີຂອບເຂດຈຳກັດຊັ້ນເພິ່ນສາມາດ ສະແດງຄວາມຖີ່ສະສົມແບບເສັ້ນຫັກໄດ້, ເຊິ່ງເສັ້ນຫັກດັ່ງກ່າວຈະຂີດຕໍ່ກັນລະຫວ່າງ ຂອບເຂດຈຳກັດ ເບື້ອງລຸ່ມຂອງຊັ້ນທຳອິດ ໄປຫາຂອບເຂດຈຳກັດເບື້ອງລຸ່ມຂອງຊັ້ນຖັດຂຶ້ນໄປຈົນໄປສິ້ນສຸດຢູ່ຂອບເຂດ ຈຳກັດເບືອງເທິງຂອງຊັ້ນສຸດທ້າຍຈະໄດ້ເສັ້ນຫັກ ຄວາມຖີ່ໜຶ່ງເຊິ່ງເອີ້ນວ່າ: ເສັ້ນຫັກຄວາມຖີ່ສະສົມ ຊະນິດໜ້ອຍກວ່າ.

ແຕ່ຖ້າຂີດຕໍ່ກັນລະຫວ່າງຂອບເຂດຈຳກັດ ເບື້ອງເທິງຂອງຊັ້ນສຸດທ້າຍ ໄປຫາຂອບເຂດຈຳກັດເບື້ອງເທິງຂອງຊັ້ນຖັດລົງມາແລ້ວໄປສິ້ນສຸດຢູ່ຂອບເຂດຈຳກັດເບື້ອງລຸ່ມຂອງຊັ້ນທຳອິດ ຈະໄດ້ເສັ້ນຫັກຄວາມຖີ່ໜຶ່ງເຊິ່ງເອີ້ນວ່າ : ເສັ້ນຫັກຄວາມຖີ່ສະສົມຊະນິດຫຼາຍກວ່າ.

4. ບົດເຝິກຫັດ

1) ເພິ່ນໃຫ້ຮູ້ຜົນຂອງການເກັບກຳຈຳນວນເດັກນ້ອຍທີ່ມີອາຍຸຕ່ຳກວ່າ 11 ປີ ລົງມາຂອງບ້ານໜຶ່ງສະແດງດ້ວຍຕາຕະລາງລຸ່ມນີ້:

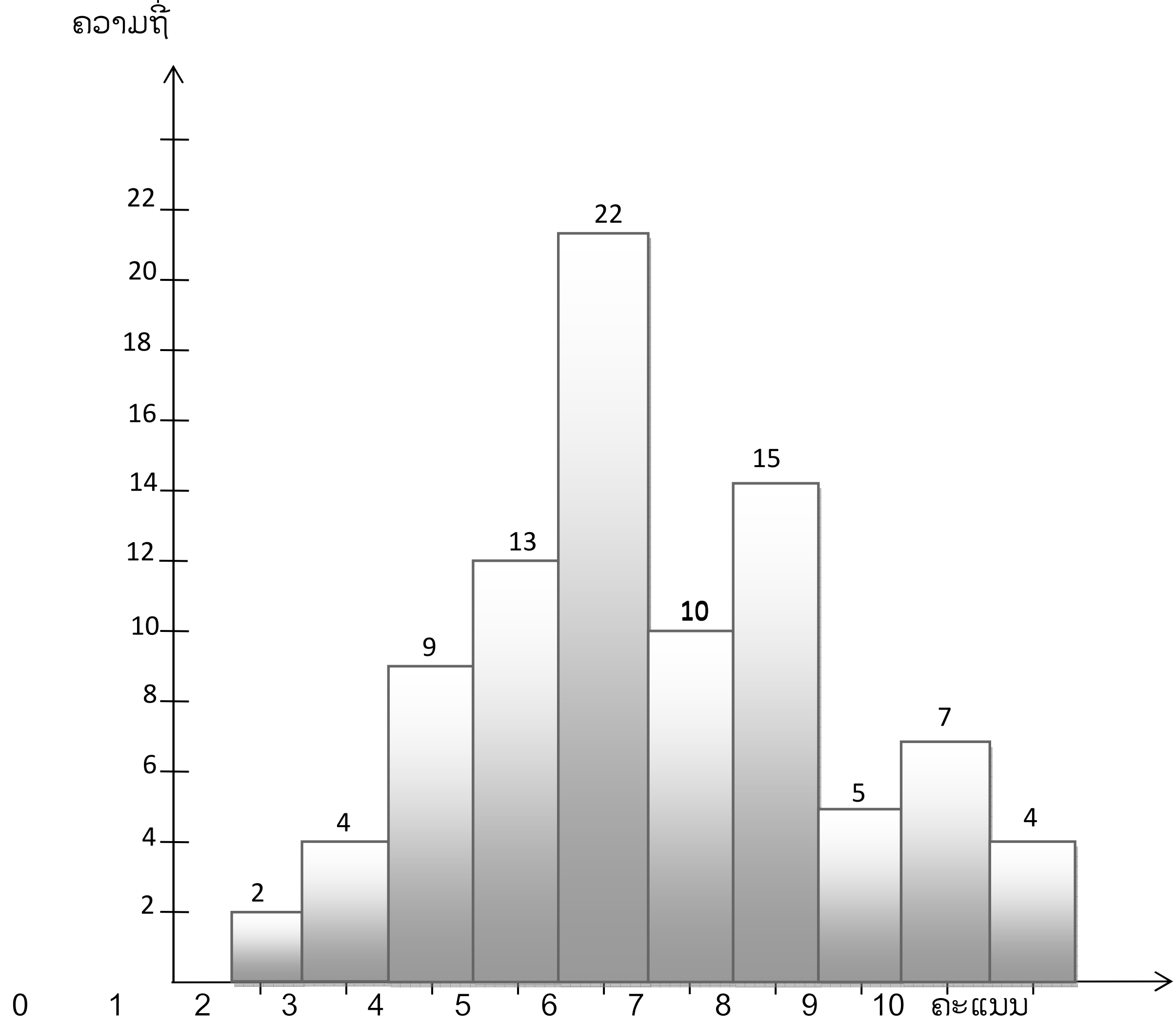
ຈຳນວນເດັກນ້ອຍ	0	1	2	3	4	5	6
ຈຳນວນຄອບຄົວທີ່ມີເດັກນ້ອຍ	20	53	102	125	85	40	25

ກ. ຈົ່ງສະແດງຂໍ້ມູນໃນຕາຕະລາງຂ້າງເທິງນີ້ດ້ວຍຕາຕະລາງທີ່ແຍກໃຫ້ເຫັນຄວາມຖີ່ ສຳພັດ , ເປີເຊັນຂອງຄວາມຖີ່ສຳພັດ, ຄວາມຖີ່ສະສົມສຳພັດ ແລະ ເປີເຊັນຂອງຄວາມຖີ່ສະສົມສຳພັດ

ຂ. ຈົ່ງສະແດງຄວາມຖີ່ຂອງຂໍ້ມູນດ້ວຍອິດສະໂຕກຣາມ.

ຄ. ຈົ່ງສະແດງເປີເຊັນສຳພັດຂອງຂໍ້ມູນໃນຕາຕະລາງຂ້າງເທິງນີ້ ດ້ວຍຮູບແຜ່ນມົນ.

2) ເພິ່ນໃຫ້ຮູບອິດສະໂຕກຣາມ ທີ່ສະແດງເຖິງວິຊາສອບເສັງວິຊາຄະນິດສາດຂອງນັກຮຽນຊັ້ນ ມ3 ໃນໂຮງຮຽນແຫ່ງໜຶ່ງຄືດັ່ງລຸ່ມນີ້ :



ກ. ຈົ່ງສະເໜີຂໍ້ມູນໃນຮູບອິດສະໂຕກຣາມຂ້າງເທິງນີ້ ດ້ວຍຕາຕະລາງຄວາມຖີ່ ທີ່ສະແດງໃຫ້ເຫັນຄວາມຖີ່, ຄວາມຖີ່ສະສົມ, ຄວາມຖີ່ສຳພັດ, ຄວາມຖີ່ສະສົມສຳພັດ, ເປີເຊັນຄວາມຖີ່ສຳພັດ ແລະ ເປີເຊັນຄວາມຖີ່ສະສົມສຳພັດ.

ຂ. ຄະແນນທີ່ນັກຮຽນສ່ວນຫຼາຍໄດ້ຮັບ ແມ່ນຄະແນນໃດ,ມີຈັກຄົນທີ່ໄດ້ຄະແນນດັ່ງກ່າວ ແລະ ກວມເອົາຈັກເປີເຊັນຂອງຄະແນນທັງໝົດ.

ຄ. ນັກຮຽນທັງໝົດມີຈັກຄົນ?

ພາກທີ VII: ບັນຊີການພື້ນຖານໃນການສ້າງເສດຖະກິດຄອບຄົວ

ບົດທີ 34

ການບັນຊີຂັ້ນຕົ້ນ ຫຼື ບັນຊີຍ່ອຍ

1. ບັນຊີວັດຖຸ

ບັນຊີວັດຖຸ ໝາຍເຖິງໃບເກັບເກັບຂໍ້ມູນວັດຖຸສິ່ງຂອງຕ່າງໆ ຂອງບຸກຄົນ, ຄອບຄົວ ຫຼື ສ່ວນລວມ

ຕົວຢ່າງ :

ບັນຊີວັດຖຸຂອງບຸກຄົນ

- ຊື່ ແລະ ນາມສະກຸນ ເຈົ້າຂອງວັດຖຸ : ....
- ຢູ່ເຮືອນເລກທີ : .... ໜ່ວຍ .... ບ້ານ ....
  ເມືອງ ....ແຂວງ ....

ລາຍການວັດຖຸທີ່ຕົນຄອບຄອງມີດັ່ງນີ້ :

ລ/ດ	ລາຍການວັດຖຸ	ຫົວໜ່ວຍ	ຈຳນວນ	ໝາຍເຫດ
1	ເຮືອນວິນລາຊັ້ນເຄິ່ງ	ຫຼັງ	1	ສົນສົມສ້າງກັບ..........
2	ນາ	ເຮັກຕາ	2	ມູນພໍ່ແມ່ບໍ່ທັນໄດ້ແບ່ງປັນໃຫ້ອ້າຍ,ເອື້ອຍນ້ອງ
3	ສວນ	ໄລ່	4	ມູນພໍ່ແມ່ແບ່ງປັນໃຫ້
4	ລົດຈັກເວັບ 100	ຄັນ	1	ຊື້ເອງກ່ອນແຕ່ງງານ
5	ສາຍຄໍຄຳ	ບາດ	2	ຊື້ເອງກ່ອນແຕ່ງງານ
6	ຄວາຍ	ໂຕ	4	ພໍ່ແມ່ແບ່ງປັນໃຫ້
7	ໂມງ ໄຊໂກ	ໜ່ວຍ	1	ພໍ່ແມ່ຊື້ໃຫ້
8	ລົດໄຖນາເດີນຕາມ	ຄັນ	1	ສົນສົມສ້າງກັບ..........
9	ລໍ້ຊຸກ	ຄັນ	1	ສົນສົມສ້າງກັບ..........
10	....		....	....
11	....		....	....

ເຈົ້າຂອງວັດຖຸ

2. ບັນຊີເງິນສົດ

ບັນຊີເງິນສົດ ໝາຍເຖິງບັນຊີເງິນຂອງບຸກຄົນທີ່ໄດ້ຈາກການຫາລາຍໄດ້ຕ່າງ ໆ , ບັນຊີລາຍຮັບ-ລາຍຈ່າຍ ຂອງຄອບຄົວ,ບັນຊີການຄ້າ-ຂາຍຕ່າງໆ ບັນຊີເງິນລວມຂອງບ້ານຈາກການຫາລາຍໄດ້ຕ່າງໆ, ບັນຊີເງິນ ສະມາຄົມ ຕ່າງໆ, ບັນຊີກອງທຶນໝູ່ບ້ານ, ບັນຊີເງິນເດືອນພະນັກງານຂອງກົມກອງໃດໜຶ່ງ ແລະ ອື່ນໆ.

ຕົວຢ່າງ : ໃບຮັບເງິນຈາກການຂາຍອາຫານຂອງຮ້ານອາຫານແຫ່ງໜຶ່ງ

ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ

ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນາຖາວອນ

ຮ້ານ :............................... **ໃບຮັບເງິນ**

ໂທລະສັບ : ....

ເລກທີ :........................ ວັນທີ ..../......../............

ທ່ານ ....

.

ລ/ດ	ລາຍການ	ຈຳນວນ	ລາຄາ	ລວມເງິນ
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
			ລວມເງິນ	

ຜູ້ຈ່າຍເງິນ ຜູ້ຮັບເງິນ

(ໃຫ້ຜູ້ສອນນຳພາຜູ້ຮຽນຂຽນໃບຮັບເງິນໃຫ້ຄົບຖ້ວນ ແລະ ຖືກຕ້ອງ ໂດຍສົມມຸດວ່າ : ເມື່ອໄດ້ຂາຍ)

- ກ້ອຍປາ 2 ຈານໆ ລະ 30,000 ກີບ ,
- ຕົ້ມສົ້ມປາ 1 ຖ້ວຍໆ ລະ 20,000 ກີບ .
- ຂົ້ວຜັກກາດໃສ່ຊີ້ນໝູ 2 ຈານໆ ລະ 15,000 ກີບ
- ຕຳໝາກຮຸ່ງ 1 ຈານໆ ລະ 5,000 ກີບ
- ເຂົ້າໜຽວ 2 ກ່ອງໆ ລະ 5,000 ກີບ
- ນ້ຳດື່ມ 2 ຕຸກໆ ລະ 3,000 ກີບ

3. ບົດເຝິກຫັດ

1) ຈົ່ງເຮັດບັນຊີລາຍໄດ້ປະຈຳປີຂອງຄອບຄົວເມື່ອໃຫ້ຮູ້ວ່າເງິນໄດ້ມາຈາກ :

- ຂາຍເຂົ້າເປືອກນາປີ 1,200 ກິໂລກຼາມ ຂາຍໃນລາຄາ 3,000 ກີບ ຕໍ່ 1 ກິໂລກຼາມ .
- ຂາຍເຂົ້າເປືອກນາປີ 1,500 ກິໂລກຼາມ ຂາຍໃນລາຄາ 2,800 ກີບ ຕໍ່ 1 ກິໂລກຼາມ .
- ຂາຍໝາກຖົ່ວ 3 ຊຸດ ໆ ລະ 100 ກິໂລກຼາມ ຂາຍໃນລາຄາ 5,000 ກີບ ຕໍ່ 1 ກິໂລກຼາມ
- ຂາຍໝາກແຕງ 2 ຊຸດ ໆ ລະ 200 ກິໂລກຼາມ ຂາຍໃນລາຄາ 3,000 ກີບ ຕໍ່1ກິໂລກຼາມ
- ຂາຍໝາກສາລີ 2 ຊຸດ ໆ ລະ 50 ເປົ໋າ ຂາຍໃນລາຄາ 5,000 ກີບ ຕໍ່ 1 ເປົ໋າ .
- ຕ່ຳສິ້ນຝ້າຍໄດ້ 60 ຜືນ ຂາຍຜືນລະ 60,000 ກີບ .
- ສານແອບເຂົ້າໄດ້ 80 ໜ່ວຍ ຂາຍໜ່ວຍລະ 8,000 ກີບ
- ຖາມວ່າຄອບຄົວດັ່ງກ່າວມີລາຍໄດ້ປະຈຳປີທັງໝົດເທົ່າໃດກີບ ?

2) ຮ້ານອາຫານແຫ່ງໜຶ່ງໄດ້ມີລູກຄ້າສັ່ງຈ່ອງອາຫານເພື່ອຈັດງານລ້ຽງຈຳນວນ 20 ຊຸດ ແຕ່ລະຊຸດມີຕົ້ມປາ 1 ໝໍ້, ກ້ອຍປາ 2 ຈານ, ຈີນກະດູກຂ້າງໝູ 2 ຈານ , ປາໜຶ້ງ 2 ໂຕ, ລວກຜັກ 2 ຈານ, ແຈ່ວໝາກເລັ່ນ 2 ຖ້ວຍ ແລະ ເຂົ້າໜຽວ 6 ກ່ອງ ຈົ່ງເຮັດບັນຊີເກັບເງິນນຳລູກຄ້າດັ່ງກ່າວ. ເມື່ອໃຫ້ຮູ້ລາຄາອາຫານຄື :

- ຕົ້ມປາ 1 ໝໍ້ ລາຄາ 20,000 ກີບ,
- ກ້ອຍປາ 1 ຈານ ລາຄາ 20,000 ກີບ,
- ຈືນກະດູກຂ້າງໝູ 1 ຈານລາຄາ 25,000 ກີບ ,
- ປາໜຶ້ງ 1 ໂຕ ລາຄາ 12,000 ກີບ,
- ລວກຜັກ 1 ຈານ ລາຄາ 5,000 ກີບ,
- ແຈ່ວໝາກເລັ່ນ 1 ຖ້ວຍ ລາຄາ 1,000 ກີບ
- ເຂົ້າໜຽວ 1 ກ່ອງ ລາຄາ 5,000 ກີບ .

ບົດທີ 35

ບັນຊີສັງລວມ

ໃນການດຳລົງຊີວິດປະຈຳວັນຂອງບຸກຄົນ ຫຼື ຄອບຄົວ ຖ້າເຮົາສາມາດບັນທຶກລາຍຮັບ-ລາຍຈ່າຍ ປະຈຳວັນ ປະຈຳອາທິດ, ປະຈຳເດືອນ ຫຼື ປະຈຳງວດ ແມ່ນເຮັດໃຫ້ສາມາດຮູ້ຈັກປະເມີນການໃຊ້ຈ່າຍ ໃຫ້ມີຄວາມ ດຸ່ນດ່ຽງ ລະຫວ່າງລາຍຮັບ ແລະ ລາຍຈ່າຍໄດ້ເປັນຢ່າງດີ ມັນຈະເຮັດໃຫ້ມີອາຫານການກິນ ຢ່າງພຽງພໍ,ສາມາດ ປະຢັດໄວ້ ຊື້ເຄື່ອງນຸ່ງຫົ່ມ, ເຄື່ອງໃຊ້ຕ່າງໆ , ຕະຫຼອດຮອດພາຫະນະຮັບໃຊ້ ພ້ອມ ທັງສະສົມເປັນທຶນຮອນ ເພື່ອໄວ້ໃຊ້ໃນງານ ສັງຄົມ, ການແກ້ໄຂບັນຫາສຸຂະພາບ ແລະ ອື່ນໆ.

ຕົວຢ່າງທີ1: ພະນັກງານຜູ້ໜຶ່ງໄດ້ ສະຫຼຸບບັນຊີລາຍຮັບ-ລາຍຈ່າຍເງິນຂອງຕົນປະຈຳເດືອນ 09/12ດັ່ງນີ້:

<u>ບົດສະຫຼຸບລາຍຮັບ-ລາຍຈ່າຍເງິນປະຈຳເດືອນ 9/2012</u>

- ຊື່ ແລະ ນາມສະກຸນຫົວໜ້າຄອບຄົວ ທ່ານ ບຸນມີ
- ຢູ່ເຮືອນເລກທີ 137 ໜ່ວຍ 25 ບ້ານ ຫາດຊາຍ

ລ/ດ	ລາຍການ	ລາຍຮັບ(ກີບ)	ລາຍຈ່າຍ (ກີບ)	ດຸນດ່ຽງ (ກີບ)	ໝາຍເຫດ
I	**ລາຍຮັບ**				
1	ເງິນເດືອນ	850,000		850,000	
2	ຮັບເງິນຈາກການຂາຍໝູ	6,540,000		7,390,000	
3	ຮັບເງິນຈາກການຂາຍຜັກ	350,000		7,740,000	
4	ຮັບເງິນຈາກການຂາຍສິ້ນ	200,000		7,940,000	
ລວມລາຍຮັບ				**7,940,000**	
II	**ລາຍຈ່າຍ**				
1	ຊື້ເຂົ້າ 4 ມື້		240,000	7,700,000	
2	ຊື້ເຄື່ງຊຸດນັກຮຽນໃຫ້ລູກ 3ຊຸດ		210,000	7,490,000	
3	ຊື້ອາຫານ		50,000	7,440,000	
4	ໃຫ້ລູກໄປໂຮງຮຽນ		66,000	7,374,000	
5	ຄ່າລູກຮຽນເພີ່ມຍາມແລງ		30,000	7,349,000	
6	ແຟັບ,ສະບູ,ເຄື່ອງສີຟັນ		75,000	7,269,000	
7	ນ້ຳມັນລົດທຽວການ		220,000	7,049,000	
8	ຄ່າໄຟຟ້າ		45,000	7,004,000	
9	ຄ່ານ້ຳປະປາ		15,000	6,989,000	
10	ຄ່າໂທລະສັບ		80,000	6,909,000	
11	ຖ່ານດັງໄຟ		50,000	6,859,000	
	ລວມ	**7,940,000**	**1,081,000**	**6,859,000**	

ຕົວຢ່າງທີ 2:

<u>ບົດສະຫຼຸບລາຍຮັບ-ລາຍຈ່າຍເງິນປະຈຳເດືອນ</u> 10/2012

-ຊື່ ແລະ ນາມສະກຸນຫົວໜ້າຄອບຄົວ ທ່ານ ບຸນມີ

-ຢູ່ເຮືອນເລກທີ 137 ໜ່ວຍ 25 ບ້ານ ຫາດຊາຍ

ລ/ດ	ລາຍການ	ລາຍຮັບ(ກີບ)	ລາຍຈ່າຍ (ກີບ)	ດຸນດ່ຽງ (ກີບ)	ໝາຍເຫດ
I	**ລາຍຮັບ**				
1	ຍອດເງິນເຫຼືອຈາກເດືອນ 9	6,859,000		6,859,000	
2	ເງິນເດືອນ	850,000		7,709,000	
3	ຮັບເງິນຈາກການຂາຍຜັກ	150,000		7,859,000	
ລວມລາຍຮັບ				**7,859,000**	
II	**ລາຍຈ່າຍ**				
1	ຊື້ເຂົ້າ 2 ມື້		120,000	7,739,000	
2	ຊື້ອາຫານ		50,000	7,689,000	
3	ໃຫ້ລູກໄປໂຮງຮຽນ		66,000	7,723,000	
4	ຄ່າລູກຮຽນເພີ່ມຍາມແລງ		30,000	7,593,000	
5	ນ້ຳມັນລົດທຸງວການ		220,000	7,373,000	
6	ຄ່າໄຟຟ້າ		45,000	7,328,000	
7	ຄ່ານ້ຳປະປາ		15,000	7,313,000	
8	ຄ່າໂທລະສັບ		80,000	7,233,000	
9	ຖ່ານດັງໄຟ		50,000	7,183,000	
	ລວມ	**7,859,000**	**676,000**	**7,183,000**	

ບົດເຝິກຫັດ :

1) ໃຫ້ຜູ້ຮຽນເຮັດບັນຊີການໃຊ້ຈ່າຍຂອງຄອບຄົວ ທີ່ມີຄວາມດຸ່ນດ່ຽງກັນລະຫວ່າງລາຍຮັບ-ລາຍຈ່າຍ ?
2) ໃຫ້ຜູ້ຮຽນເຮັດບັນຊີການໃຊ້ຈ່າຍຂອງຄອບຄົວ ທີ່ມີລາຍຮັບໜ້ອຍກ່ວາລາຍຈ່າຍ ?

ບົດທີ 36

ການລົງທຶນ

ການຊອກຫາແຫຼ່ງລາຍຮັບເພື່ອຫາລ້ຽງຕົນເອງ ແລະ ຄອບຄົວ ທຸກໆຢ່າງລ້ວນແຕ່ມີການລົງທຶນ ເປັນຕົ້ນ: ແຮງງານ, ວັດຖຸ, ພາຫະນະ ແລະ ເງິນຄຳ. ເຊິ່ງກ່ອນທີ່ເຮົາຈະລົງທຶນເຮັດຫຍັງທຳຫຍັງ ເຮົາຄວນຈະຕ້ອງ ປະຕິບັດດັ່ງນີ້:

1. ສຶກສາແຫຼ່ງຂໍ້ມູນໃນການລົງທຶນ

ການລົງທຶນໃນການທຳມາຫາກິນເລື່ອງໃດເລື່ອງໜຶ່ງ ແມ່ນເຮົາຕ້ອງໄດ້ຊອກຫາແຫຼ່ງຂໍ້ມູນດ້ວຍ ຕົນເອງ ໃຫ້ແນ່ນອນ ເຊິ່ງອາດໄປຖາມຂໍ້ມູນຍາດພີ່ນ້ອງ ຫຼື ໝູ່ຄູ່ທີ່ມີປະສົບການໃນເລື່ອງທີ່ເຮົາຢາກ ຮູ້ ເພື່ອມາລົງທຶນ, ຂໍເອົາຂໍ້ມູນທີ່ມີແລ້ວໃນເລື່ອງທີ່ຕົນຢາກລົງທຶນ ເພື່ອມາສຶກສາວິໄຈຢ່າງລະອຽດ ຖີ່ຖ້ວນດີທີ່ສຸດຄວນມີຫຼາຍໆ ແຫຼ່ງຂໍ້ມູນເພື່ອມາສຶກສາ ແລະ ປຽບທຽບໃຫ້ມີຄວາມຊັດເຈນ.

2. ການກຳນົດສະຖານທີ່ໃນການລົງທຶນ

ເມື່ອເຮົາມີແຫຼ່ງຂໍ້ມູນໃນການລົງທຶນແລ້ວ ເຮົາຕ້ອງໄດ້ສຶກສາຂໍ້ມູນກ່ຽວກັບສະຖານທີ່ ໃນການລົງທຶນ ວ່າ: ສະຖານທີ່ດັ່ງກ່າວສາມາດໃຫ້ຜົນຜະລິດຢ່າງເຕັມເມັດເຕັມໜ່ວຍ, ມີຄວາມສະດວກໃນການ ໄປ-ມາ, ສະດວກ ໃນການປົກປັກຮັກສາ, ມີຜົນກະທົບຈາກໄພທຳມະຊາດ, ມີຄົນຂີ້ລັກມັກສິກ, ໃກ້ ຕະຫຼາດຈຳໜ່າຍ, ຄົນໃນບໍລິເວນໃກ້ຄຽງນິຍົມໃຊ້ຜະລິດຕະພັນທີ່ເຮົາຜະລິດຂຶ້ນ ແລະ ບັນຫາ ອື່ນໆ.

3. ການສ້າງແຜນໃນການລົງທຶນ

ພາຍຫຼັງໄດ້ສຶກສາແຫຼ່ງຂໍ້ມູນ ແລະເລືອກສະຖານທີ່ໃນການລົງທຶນໄດ້ແລ້ວ ເຮົາຕ້ອງສ້າງແຜນ ການລົງທຶນ ຢ່າງລະອຽດເຊັ່ນ : ການລົງທຶນໃນໄລຍະເລີ່ມຕົ້ນ, ໃນແຕ່ລະໄລຍະພາຍຫຼັງໄດ້ດຳເນີນ ກິດຈະການໄປແລ້ວ, ການບູລະນະເຄື່ອງມື, ການເກັບມ້ຽນຜົນຜະລິດກ່ອນເອົາໄປຈຳໜ່າຍ, ການ ຂົນສົ່ງສິນຄ້າໄປຈຳໜ່າຍ, ການ ເກັບຮັກສາຜົນຜະລິດ ເພື່ອໄວ້ຂາຍໃນໄລຍະຍາວ ແລະ ອື່ນໆ. ເຊິ່ງ ໃນການສ້າງແຜນການລົງທຶນຕ້ອງໃຫ້ເຫັນ ໄດ້ຜົນໄດ້ຮັບທີ່ດີ.

4. ການກະກຽມກ່ອນການດຳເນີນການລົງທຶນ.

ເມື່ອໄດ້ສຶກສາແຫຼ່ງຂໍ້ມູນ ແລະ ກຳນົດສະຖານທີ່ ພ້ອມທັງໄດ້ສ້າງແຜນການລົງທຶນແລ້ວຕ້ອງມີ ການປຶກສາຫາລືຕົກລົງເຫັນດີ,ມອບໝາຍວຽກງານໃຫ້ຜູ້ທີ່ຈະຮ່ວມງານໃນການລົງທຶນແລະຈັດແບ່ງ ຕາຕະລາງຄວາມຮັບຜິດຊອບ ພ້ອມທັງສ້າງລະບຽບຮ່ວມກັນຢ່າງຮັດກຸມ, ຕ້ອງຕັດສິນໃຈເຮັດແທ້ ທຳຈິງ ບໍ່ມີຄວາມຫວາດຫວັ່ນຄອນແຄນ .

5. ບົດເຝິກຫັດ

1) ໃຫ້ຜູ້ຮຽນສຶກສາຂໍ້ມູນໃນການປູກໝາກສາລີຍາມຝົນ.
2) ໃຫ້ຜູ້ຮຽນກຳນົດສະຖານທີ່ໃນການປູກໝາກສາລີຍາມຝົນ.
3) ໃຫ້ຜູ້ຮຽນສ້າງແຜນການລົງທຶນໃນການປູກໝາກສາລີຍາມຝົນ.